ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ – ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΠΕΜΠΤΗ 17 ΙΟΥΝΙΟΥ 2021
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελ.65

Α2. Σχολικό βιβλίο σελ.28

Α3. **α.** Λάθος

β. Σωστό

γ. Λάθος

Α4. α. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$, $x \neq 0$

β. $(x^\nu)^1 = \nu \cdot x^{\nu-1}$, ν φυσικός αριθμός

γ. $\left(c \cdot f(x)\right)' = c \cdot f'(x)$

ΘΕΜΑ Β

$$f(x) = x^2 - ax + 2 \ , \ a \in R \quad \text{σταθερά}, \quad x \in R$$

Β1. Αφού η C_f τέμνει τον $x'x$ στο $x = 1$ θα ισχύει:

$$f(1) = 0 \Leftrightarrow 1 - a + 2 = 0 \Leftrightarrow a = 3$$

Β2. Για $\alpha = 3$ $\quad f(x) = x^2 - 3x + 2$

$g(x) = \frac{f(x)}{x^2-1}$ Πρέπει: $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \chi \neq \pm 1$

Πεδίο ορισμού $Ag = R - \{\pm 1\}$

B3. $\lim_{x \to 1} g(x) = \lim_{x \to 1} \frac{x^2-3x+2}{x^2-1} = \lim_{x \to 1} \frac{\cancel{(x-1)}(x-2)}{\cancel{(x-1)}(x+1)} =$

$= \lim_{x \to 1} \frac{x-2}{x+1} = -\frac{1}{2}$

$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$

$\Delta = 1$

$x_{1,2} = \frac{3 \pm 1}{2} \langle {2 \atop 1}$

B4. $f(x) = x^2 - 3x + 2$

$f'(x) = (x^2 - 3x + 2)' = 2x - 3$

$x_0 = 0$

$f'(0) = -3$

$f(0) = 2$

Η εξίσωση της εφαπτομένης στο $x_0 = 0$ είναι:

$$y - f(0) = f'(0)(x - 0) \Rightarrow$$
$$y - 2 = -3x \Rightarrow$$
$$y = -3x + 2$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

$v_i = f_i \cdot v$

$a_i = f_i \cdot 360°$

Έτη υπηρεσίας	**Κεντρική τιμή**	**Συχνότητα**	**Σχετ. συχνότητα**	$\boldsymbol{\alpha_i}$
[4,8)	6	5	0,1	36°
[8,12)	10	15	0,3	108°
[12,16)	14	10	0,2	72°
[16,20)	18	20	0,4	144°
Σύνολο		50	1	360°

Γ2. Τουλάχιστον 8 έτη υπηρεσίας έχουν: $15 + 10 + 20 = 45$ εκπαιδευτικοί.

Γ3. Το ποσοστό των εκπαιδευτικών με υπηρεσία λιγότερο από 16 έτη είναι:$10\% + 30\% + 20\% = 60\%$.

Γ4. Το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο σχ. Συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι 1.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Περίμετρος $= 2x + 2y$

Οπότε: $2x + 2y = 80 \overset{:2}{\Leftrightarrow}$

$x + y = 40 \Leftrightarrow y = 40 - x$

Πρέπει: $x > 0$ και $y > 0 \Leftrightarrow$

$40 - x > 0 \Leftrightarrow$

$x < 40$

Άρα $x \in (0,40)$

Εμβαδόν $= x \cdot y = x \cdot (40 - x) = 40x - x^2$

Οπότε $E(x) = -x^2 + 40 \cdot x$ με Πεδίο Ορισμού $A = (0,40)$

Δ2. $E'(x) = (40x - x^2)' = 40 - 2x$

$E'(x) = 0 \Leftrightarrow 40 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 20$

$E'(x) > 0 \Leftrightarrow 40 - 2x > 0 \Leftrightarrow x < 20$

x	0	20	40
$E'(x)$	+	0	−
$E(x)$	↗		↘

$\boxed{\text{Ο.Μ } E(20)}$

$E(x)$ γν. αύξουσα στο (0,20]

$E(x)$ γν. φθίνουσα στο [20,40)

Δ3. Από Δ2 στο $x_0 = 20$ το εμβαδόν παρουσιάζει μέγιστο με μέγιστη τιμή $E(20) = -20^2 + 40 \cdot 20 = 400m^2$.

Δ4. $X_A = 29{,}5m$, $X_B = 34{,}2m$ Περίμετρος $= 80m$

Το εμβαδόν του καθενός ορθογωνίου δίνεται από τον τύπο:

$$E(x) = -x^2 + 40 \cdot x \quad , \quad 0 < x < 0$$

Αφού οι τιμές X_A , X_B ανήκουν στο διάστημα (20,40) στο οποίο το εμβαδόν $E(x)$ είναι γν. φθίνουσα συνάρτηση θα ισχύει:

$$29{,}5 < 34{,}2 \Longrightarrow E(29{,}5) > E(34{,}2)$$

Άρα το οικόπεδο Α έχει μεγαλύτερο εμβαδόν από το οικόπεδο Β.

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ

ΜΑΡΚΑΤΟΥ ΓΕΩΡΓΙΑ