ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 19 ΙΟΥΝΙΟΥ 2017
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α.1 Απόδειξη στο σχολικό βιβλίο σελίδα 31

Α.2 Ορισμός στο σχολικό βιβλίο σελίδα 14

Α.3 Ορισμός στο σχολικό βιβλίο σελίδα 72

Α.4 **α)** Σωστό **β)** Λάθος **γ)** Λάθος **δ)** Σωστό **ε)** Λάθος

ΘΕΜΑ Β

Β.1

x_i	v_i	N_i	$x_i \cdot v_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot v_i$
1	2	2	2	-3	9	18
3	3	5	9	-1	1	3
5	4	9	20	1	1	4
9	1	10	9	5	25	25
Σύνολο	**v=10**	–	$\sum_{i=1}^{4} x_i v_i = 40$	–	–	$\sum_{i=1}^{4} (x_i - \bar{x})^2 \cdot v_i = 50$

α) Μέση τιμή → $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{4} x_i v_i}{v} = \dfrac{40}{10} = 4$

β) Διάμεσος → $\delta = \dfrac{(5^{\eta}\ \text{παρατήρηση}) + (6^{\eta}\ \text{παρατήρηση})}{2} = \dfrac{3+5}{2} = 4$

γ) Διακύμανση → $S^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{4} (x_i - \bar{x})^2 \cdot v_i}{v} = \dfrac{50}{10} = 5$

Β.2 Τυπική απόκλιση → $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{5}$

Συντελεστής μεταβολής → $CV = \dfrac{S}{\bar{x}} = \dfrac{\sqrt{5}}{4} > \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2} = 50\%$

Αφού $CV > 10\%$, το δείγμα **δεν** είναι ομοιογενές

ΘΕΜΑ Γ

Συνάρτηση $f(x)=x^2-x+1$, $x\in R$

Γ.1 $f'(x)=2x-1$, $x\in R$

- $f'(x)=0\Leftrightarrow 2x-1=0\Leftrightarrow 2x=1\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$
- $f'(x)>0\Leftrightarrow 2x-1>0\Leftrightarrow 2x>1\Leftrightarrow x>\dfrac{1}{2}$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
f'	$-$	0	$+$
f	$\searrow$	ΟΛ.ΕΛ $\boxed{f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{4}}$	$\nearrow$

Η συνάρτηση f είναι γνήσια φθίνουσα στο διάστημα $\left(-\infty,\dfrac{1}{2}\right]$ και γνήσια αύξουσα στο $\left[\dfrac{1}{2},+\infty\right)$. Η f παρουσιάζει στη θέση $x=\dfrac{1}{2}$ ΟΛΙΚΟ ΕΛΑΧΙΣΤΟ το

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}+1=\frac{1}{4}-\frac{2}{4}+\frac{4}{4}=\frac{3}{4}$$

Γ.2 Η εφαπτομένη (ε) της C_f στο σημείο της A(2,f(2)) έχει εξίσωση

$$\begin{array}{rl|l}
 & y-f(2)=f'(2)\cdot(x-2)\Leftrightarrow & \cdot\ f(2)=4-2+1=3 \\
 & y-3=3\cdot(x-2)\Leftrightarrow & \\
 & y-3=3x-6\Leftrightarrow & \cdot\ f'(2)=2\cdot 2-1=3 \\
 & y=3x-6+3\Leftrightarrow & \\
(\varepsilon): & y=3x-3 &
\end{array}$$

Γ.3 Από την εξίσωση της εφαπτομένης (ε) έχουμε:

- για $y=0\Leftrightarrow 3x-3=0\Leftrightarrow x=1$ → σημείο Β(1,0)
- για x=0 είναι $y=-3$ → σημείο Γ(0,–3)

Άρα η (ε) τέμνει τον άξονα x΄x στο σημείο Β(1,0) και τον άξονα y΄y στο σημείο Γ(0,–3)

Γ.4

$$\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{f(x)}-1}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{x-1}=$$

$$=\lim_{x\to1}\frac{\left(\sqrt{x^2-x+1}-1\right)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{x^2-x+1}^{\,2}-1^2}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=$$

$$=\lim_{x\to1}\frac{x^2-x+\cancel{1}-\cancel{1}}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=\lim_{x\to1}\frac{x\,\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}\cdot\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=$$

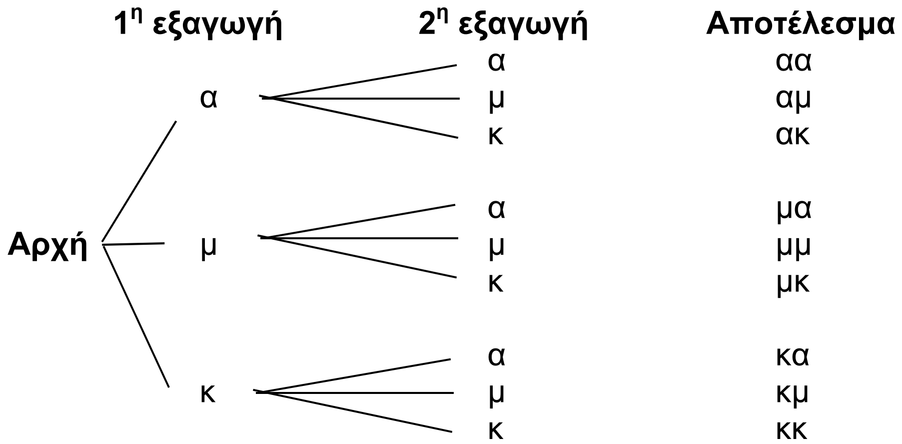
$$=\lim_{x\to1}\frac{x}{\sqrt{x^2-x+1}+1}=\frac{1}{\sqrt{\cancel{1}-\cancel{1}+1}+1}=\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}$$

ΘΕΜΑ Δ

Ένα κουτί περιέχει τρεις μπάλες: 1 άσπρη (α)
1 μαύρη (μ)
1 κόκκινη (κ)

Πείραμα τύχης: «παίρνουμε από το κουτί τυχαία μια μπάλα , καταγράφουμε το χρώμα της, την ξαναβάζουμε στο κουτί κι επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία άλλη μια φορά»

Δ.1 Ο δειγματικός χώρος Ω του πειράματος τύχης φαίνεται στο παρακάτω δενδροδιάγραμμα



Δειγματικός χώρος $\Omega = \{αα, αμ, ακ, μα, μμ, μκ, κα, κμ, κκ\}$

Δ.2 Ενδεχόμενο $A = \{αμ, μμ, κμ\}$

Ενδεχόμενο $B = \{αμ, ακ, μα, μκ, κα, κμ\}$

Δ.3 Ο δειγματικός χώρος Ω αποτελείται από ισοδύναμα απλά ενδεχόμενα, άρα χρησιμοποιώ τον κλασικό ορισμό πιθανότητας

α) $P(A) = \dfrac{N(A)}{N(\Omega)} = \dfrac{3}{9}$ $\qquad P(B) = \dfrac{N(B)}{N(\Omega)} = \dfrac{6}{9}$

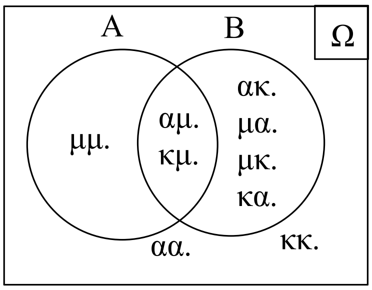
$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \dfrac{3}{9} = \dfrac{6}{9}$

$A \cap B = \{αμ, κμ\}$ άρα $P(A \cap B) = \dfrac{N(A \cap B)}{N(\Omega)} = \dfrac{2}{9}$

$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \dfrac{3}{9} - \dfrac{2}{9} = \dfrac{1}{9}$

$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \dfrac{6}{9} - \dfrac{2}{9} = \dfrac{4}{9}$

β)



Το ενδεχόμενο Γ του δειγματικού χώρου Ω είναι ασυμβίβαστο τόσο με το ενδεχόμενο Α όσο και με το ενδεχόμενο Β. Άρα $(A \cup B) \cap \Gamma = \varnothing$ όπου $A \cup B = \{\mu\mu, \alpha\mu, \kappa\mu, \alpha\kappa, \mu\alpha, \mu\kappa, \kappa\alpha\}$. Επομένως το Γ είναι ίσο με ένα από τα ενδεχόμενα

- $\Gamma_1 = \{\alpha\alpha\}$ όπου $P(\Gamma_1) = \dfrac{N(\Gamma_1)}{N(\Omega)} = \dfrac{1}{9}$
- $\Gamma_2 = \{\kappa\kappa\}$ όπου $P(\Gamma_2) = \dfrac{N(\Gamma_2)}{N(\Omega)} = \dfrac{1}{9}$
- $\Gamma_3 = \{\alpha\alpha, \kappa\kappa\}$ όπου $P(\Gamma_3) = \dfrac{N(\Gamma_3)}{N(\Omega)} = \dfrac{2}{9}$

Άρα η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να έχει η πιθανότητα Ρ(Γ) είναι

$$P(\Gamma)_{max} = P(\Gamma_3) = \frac{2}{9}$$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

ΑΝΝΙΝΟΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ
ΑΛΕΞΟΠΟΥΛΟΥ ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ
ΜΑΡΚΑΤΟΣ ΔΙΟΝΥΣΙΟΣ
ΜΑΣΤΟΡΑΚΟΣ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ