ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ’ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β’)
20/05/2016
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α:

Α1. Σχολικό βιβλίο σελ. 150-151

Α2. Σχολικό βιβλίο σελ. 87

Α3. Σχολικό βιβλίο σελ. 14

Α4. **α)** Σωστό **β)** Λάθος **γ)** Σωστό **δ)** Σωστό **ε)** Λάθος

ΘΕΜΑ Β:

Β1. $f(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{5}{2}x^2+6x-1,\ x\in\mathbb{R}$

$f'(x)=\frac{3x^2}{3}-\frac{10}{2}x+6=x^2-5x+6,\ x\in\mathbb{R}$

- $f'(x)=0\Leftrightarrow x^2+5x+6=0\Leftrightarrow x=2$ ή $x=3$
- $f'(x)>0\Leftrightarrow x^2+5x+6>0\Leftrightarrow x<2$ ή $x>3$

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
f '		+	0	—	0	+	
f		↗	Τ.Μ $f(2)=\frac{11}{3}$	↘	Τ.Ε $f(3)=\frac{7}{2}$	↗	

Η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $(-\infty,2]$, γνησίως φθίνουσα στο $[2,3]$ και γνησίως αύξουσα στο $[3,+\infty)$. Η f παρουσιάζει στη θέση x_1=2 τοπικό μέγιστο το $f(2)=\frac{11}{3}$ και στη θέση x_2=3 τοπικό ελάχιστο το $f(3)=\frac{7}{2}$.

- $f(2)=\frac{8}{3}-\frac{5}{2}\cdot4+12-1=\frac{8}{3}-10+12-1=\frac{8}{3}+1=\frac{11}{3}$
- $f(3)=9-\frac{5}{2}\cdot9+18-1=26-\frac{45}{2}=\frac{52}{2}-\frac{45}{2}=\frac{7}{2}$

Β2. Η εφαπτομένη (ε) της C_f στο σημείο της $A\big(0,f(0)\big)=(0,-1)$ έχει εξίσωση:

$$y-f(0)=f'(0)(x-0)\Leftrightarrow$$
$$y-(-1)=6\cdot x\Leftrightarrow$$
$$y+1=6x\Leftrightarrow$$
$$y=6x-1$$

Β3.

$$\lim_{x\to -1}\frac{f'(x)-12}{x+1}=\lim_{x\to -1}\frac{x^2-5x+6-12}{x+1}=\lim_{x\to -1}\frac{x^2-5x-6}{x+1}=$$

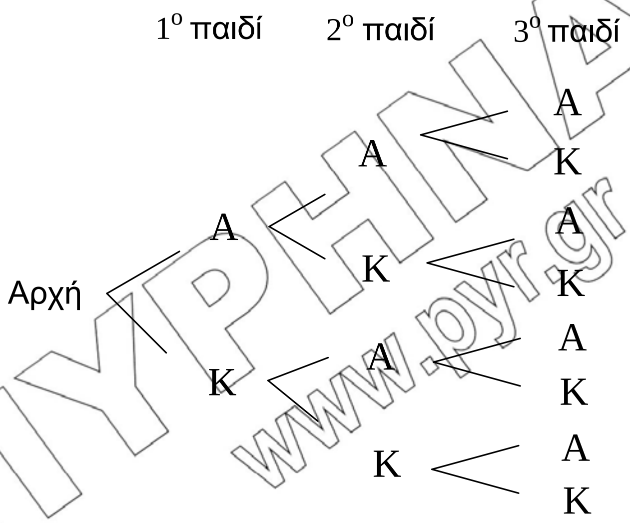
$$\lim_{x\to -1}\frac{\cancel{(x+1)}(x-6)}{\cancel{x+1}}=-1-6=-7$$

1	**–5**	**–6**	**P=–1**
↓	**–1**	**6**	
1	**–6**	**0**	

<u>**ΘΕΜΑ Γ:**</u>

Α⟶ αγόρι, Κ⟶ κορίτσι

Γ1. Ο δειγματικός χώρος του πειράματος τύχης προσδιορίζεται από το παρακάτω δενδροδιάγραμμα.



Δειγματικός χώρος Ω= $\{ΑΑΑ, ΑΑΚ, ΑΚΑ, ΑΚΚ, ΚΑΑ, ΚΑΚ, ΚΚΑ, ΚΚΚ\}$.

Γ2. Ενδεχόμενο $Α=\{ΚΑΑ, ΚΑΚ, ΚΚΑ, ΚΚΚ\}$

Ενδεχόμενο $Β=\{ΑΚΚ, ΚΑΚ, ΚΚΑ, ΚΚΚ\}$

Ενδεχόμενο $Γ=\{ΑΑΑ, ΑΑΚ, ΚΚΑ, ΚΚΚ\}$

Γ3. α) Ενδεχόμενο $Δ=Α\cap Β=\{ΚΑΚ, ΚΚΑ, ΚΚΚ\}$

Ενδεχόμενο $Ε=Α\cup Β=\{ΚΑΑ, ΚΑΚ, ΚΚΑ, ΚΚΚ, ΑΚΚ\}$

Ενδεχόμενο $Ζ=Γ-Ε=\{ΑΑΑ, ΑΑΚ\}$

Επειδή ο δειγματικός χώρος Ω αποτελείται από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα, ισχύει από τον κλασσικό ορισμό της πιθανότητας:

$$P(Δ)=\frac{N(Δ)}{N(Ω)}=\frac{3}{8},\quad P(Ε)=\frac{N(Ε)}{N(Ω)}=\frac{5}{8},\quad P(Ζ)=\frac{N(Ζ)}{N(Ω)}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4},$$

β)

- Ενδεχόμενο $H=(A\cup B)'$

  $$P(H)=P\big((A\cup B)'\big)=1-P\big(A\cup B\big)=1-P(E)=1-\frac{5}{8}=\frac{3}{8}$$

- Ενδεχόμενο $\Theta=(A-B)\cup(B-A)$ όπου τα ενδεχόμενα Α–Β, Β–Α είναι ασυμβίβαστα , άρα

  $$P(\Theta)=P\big((A-B)\cup(B-A)\big)=P\big(A-B\big)+P\big(B-A\big)=$$

  $$=\underbrace{P(A)-P(A\cap B)+P(B)}_{P(A\cup B)}-P(A\cap B)=P(A\cup B)-P(A\cap B)=$$

  $$=P(E)-P(\Delta)=\frac{5}{8}-\frac{3}{8}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$$

<u>ΘΕΜΑ Δ:</u>

Δ1. Αν c το πλάτος κάθε κλάσης, ισχύει:

$$8+c+\frac{c}{2}=14 \overset{\cdot 2}{\Leftrightarrow}$$
$$16+2c+c=28 \Leftrightarrow$$
$$3c=28-16 \Leftrightarrow$$
$$3c=12 \Leftrightarrow$$
$$c=4$$

Δ2. Αφού c=4 ο πίνακας γίνεται:

Χρόνος (σε λεπτά)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i	$x_i \cdot v_i$
[8,12)	**10**	**20**	**200**
[12,16)	**14**	**15**	**210**
[16,20)	**18**	**10**	**180**
[20,24)	**22**	**V_4**	**$22\cdot V_4$**
Σύνολο	–	**$v=45+v_4$**	$\sum_{i=1}^{4} x_i v_i = 590+22\cdot v_4$

Δίνεται ότι :

$$\bar{x} = 14 \Leftrightarrow \frac{\sum_{i=1}^{4} x_i v_i}{v} = 14 \Leftrightarrow$$

$$\frac{590 + 22 \cdot v_4}{45 + v_4} = 14 \Leftrightarrow$$

$$590 + 22 \cdot v_4 = 14(45 + v_4) \Leftrightarrow$$

$$590 + 22 \cdot v_4 = 630 + 14v_4 \Leftrightarrow$$

$$22v_4 - 14v_4 = 630 - 590 \Leftrightarrow$$

$$8v_4 = 40 \Leftrightarrow v_4 = \frac{40}{8} \Leftrightarrow$$

$$v_4 = 5$$

Άρα ο πίνακας συμπληρώνεται ως εξής:

Χρόνος (σε λεπτά)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i
[8,12)	**10**	**20**
[12,16)	**14**	**15**
[16,20)	**18**	**10**
[20,24)	**22**	**5**
Σύνολο	–	**v=50**

Δ3. Αφού οι παρατηρήσεις είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες σε κάθε κλάση , ισχύει ότι ο αριθμός των υπολογιστών που χρειάστηκαν τουλάχιστον 9 λεπτά (χρόνος $X \geq 9$ λεπτά) για να τρέξουν το πρόγραμμα είναι :

$$v - \frac{1}{4} \cdot v_1 = 50 - \frac{1}{4} \cdot 20 = 50 - 5 = 45$$

__Επεξήγηση__: 8 — 9 — 10 — 11 — 12

Το διάστημα [8,9) της κλάσης [8,12) αποτελεί το $\frac{1}{4}$ της κλάσης, άρα περιλαμβάνει το $\frac{1}{4}$ των αντίστοιχων παρατηρήσεων.

Δ4.

- Διακύμανση $S^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{4}(x_i - \bar{x})^2 \cdot v_i}{v}$ άρα

$$S^2 = \frac{(10-14)^2 \cdot 20 + (14-14)^2 \cdot 15 + (18-14)^2 \cdot 10 + (22-14)^2 \cdot 5}{50} =$$

$$\frac{16 \cdot 20 + 0 + 16 \cdot 10 + 64 \cdot 5}{50} = \frac{800}{50} = 16$$

- Τυπική απόκλιση $\longrightarrow$ $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{16} = 4$

- Συντελεστής μεταβολής $\longrightarrow$ $CV = \dfrac{S}{\bar{x}} = \dfrac{4}{14} = \dfrac{2}{7} \simeq 0{,}28 = 28\%$.

Αφού $CV > 10\%$ το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

Δ5. Μετά την αντικατάσταση του επεξεργαστή κάθε υπολογιστή με έναν ταχύτερο, οι αντίστοιχοι νέοι χρόνοι y_i είναι:

$\boxed{y_i = 0{,}80 \cdot x_i}$, όπου x_i οι αρχικοί χρόνοι.

Το νέο δείγμα έχει:

- Μέση τιμή $\bar{y} = 0{,}80 \cdot \bar{x}$

- Τυπική απόκλιση $Sy = |0{,}80| \cdot S = 0{,}80 \cdot S$

- Συντελεστή μεταβολής $CV_y = \dfrac{\bar{y}}{S_y} = \dfrac{\cancel{0{,}80} \cdot \bar{x}}{\cancel{0{,}80} \cdot S} = \dfrac{\bar{x}}{S} = CV$

Άρα ο συντελεστής μεταβολής του νέου δείγματος είναι ίδιος με του αρχικού, δηλαδή 28%. Επομένως και το νέο δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

Επιμέλεια Θεμάτων:

ΑΛΕΞΟΠΟΥΛΟΥ ΒΙΒΗ
ΑΝΝΙΝΟΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ
ΜΑΡΚΑΤΟΣ ΔΙΟΝΥΣΗΣ
ΜΑΣΤΟΡΑΚΟΣ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ