<u>**ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ' ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**</u>

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΠΕΜΠΤΗ 19 ΜΑΪΟΥ 2016
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελ. 28
Α2. Σχολικό βιβλίο σελ. 87
Α3. Α ⟶ Σωστό
Β ⟶ Λάθος
Γ ⟶ Σωστό
Δ ⟶ Σωστό
Ε ⟶ Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1.

- Μέγεθος δείγματος ν=20
- $\nu_1 = \nu_5 = 5$
- $\nu_2 = N_2 - \nu_1 = 9 - 5 = 4$
- $f_3\%$=10% άρα $\frac{10\cancel{}}{100\cancel{}} = \frac{\nu_3}{\nu} \Leftrightarrow \frac{1}{10} = \frac{\nu_3}{20} \Leftrightarrow 10 \cdot \nu_3 = 20 \Leftrightarrow \nu_3 = 2$
- $\nu_4 = \nu - (\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \nu_5) = 20 - (5 + 4 + 2 + 5) = 20 - 16 = 4$

Αριθμός πιστωτικών καρτών x_i	Αριθμός Υπαλλήλων ν_i	Αθροιστική Συχνότητα N_i	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$	$x_i\nu_i$
0	5	5	25	**0**
1	4	9	20	**4**
2	2	11	10	**4**
3	4	15	20	**12**
4	5	20	25	**20**
Σύνολο	**ν=20**	–	**100**	$\sum_{i=1}^{5} x_i\nu_i = 40$

Β2. Μέση τιμή πιστωτικών καρτών $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{5} x_i v_i}{v} = \dfrac{40}{20} = 2$.

Β3. Ο αριθμός των υπαλλήλων που έχουν το πολύ 3 πιστωτικές κάρτες είναι $N_4 = v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = 15$ άτομα.

Β4. Το ποσοστό των υπαλλήλων που έχουν τουλάχιστον 2 πιστωτικές κάρτες είναι $f_3\% + f_4\% + f_5\% = 10\% + 20\% + 25\% = 55\%$.

ΘΕΜΑ Γ

Συνάρτηση $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1} + \dfrac{1}{2}$.

Γ1. $$f'(x) = \frac{(x)'(x^2+1) - x\cdot(x^2+1)'}{(x^2+1)^2} + \left(\frac{1}{2}\right)' = \frac{1\cdot(x^2+1) - x\cdot 2x}{(x^2+1)^2} + 0 =$$
$$= \frac{x^2+1-2x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2},\ x \in \mathbb{R}$$

Γ2.

- Ο ρυθμός μεταβολής της συνάρτησης f στο σημείο $x_1=-1$ είναι

$$f'(-1) = \frac{1-(-1)^2}{\left((-1)^2+1\right)^2} = \frac{1-1}{(1+1)^2} = \frac{0}{4} = 0.$$

- Ο ρυθμός μεταβολής της συνάρτησης f στο σημείο $x_2=1$ είναι

$$f'(1) = \frac{1-1^2}{\left(1^2+1\right)^2} = \frac{1-1}{2^2} = \frac{0}{4} = 0$$

Γ3. $f'(x) = \dfrac{1-x^2}{(x^2+1)^2}, x \in \mathbb{R}$

- $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = -1\ , x = 1$

Αφού $\left(x^2+1\right)^2 > 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει:

- $f'(x) > 0 \Leftrightarrow 1 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	0	$-$	
f		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	
			Τ.Ε $f(-1)=0$		Τ.Μ $f(1)=1$		

Η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $(-\infty,-1]$, γνησίως αύξουσα στο $[-1,1]$ και γνησίως φθίνουσα στο $[1,+\infty)$. Η f παρουσιάζει στη θέση x_1=-1 τοπικό ελάχιστο το

$$f(-1) = \frac{-1}{(-1)^2+1} + \frac{1}{2} = \frac{-1}{1+1} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

και στη θέση x_2=1 τοπικό μέγιστο το

$$f(1) = \frac{1}{1^2+1} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1.$$

Γ4. Οι αριθμοί 2015,2016 ανήκουν στο διάστημα $[1,+\infty)$ στο οποίο η f είναι γνησίως φθίνουσα.
Αφού 2015 < 2016 $\Rightarrow$ f(2015) > f(2016)

ΘΕΜΑ Δ

Συνάρτηση $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ με $f(x)=x^2+\alpha x-3$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

Δ1. $\alpha = \lim\limits_{x\to 4} \frac{x^2-6x+8}{x-4} = \lim\limits_{x\to 4} \frac{\cancel{(x-4)}(x-2)}{\cancel{x-4}} = \lim\limits_{x\to 4}(x-2) = 4-2 = 2$

Άρα α=2.

1	-6	8	ρ=4
↓	4	-8	
1	-2	0	

Δ2. Αφού α=2 ισχύει $f(x)=x^2+2x-3$, $f'(x) = 2x+2$, $x \in \mathbb{R}$.

Δ3. Η εφαπτομένη της C_f στο σημείο της $M\left(-2, f(-2)\right)$ έχει εξίσωση:

$$y - f(-2) = f'(-2)(x - (-2)) \Leftrightarrow$$
$$y - (-3) = -2(x + 2) \Leftrightarrow$$
$$y + 3 = -2x - 4 \Leftrightarrow$$
$$y = -2x - 4 - 3 \Leftrightarrow$$
$$y = -2x - 7$$

- $f(-2) = (-2)^2 + 2(-2) - 3 = 4 - 4 - 3 = -3$
- $f'(-2) = 2(-2) + 2 = -4 + 2 = -2$

Δ4. Τα σημεία $A_1(x_1, y_1), A_2(x_2, y_2), A_3(x_3, y_3), A_4(x_4, y_4), A_5(x_5, y_5)$ ανήκουν στην ευθεία $(\varepsilon): y = -2x - 7$.
Άρα ισχύει ότι $y_i = -2x_i - 7$, $i = 1, 2, 3, 4, 5$. Δίνεται ότι τα x_i έχουν μέση τιμή $\bar{x} = 2$. Άρα η μέση τομή $\bar{y}$ των y_i είναι :

$$\bar{y} = -2\bar{x} - 7 \Leftrightarrow$$
$$\bar{y} = -2 \cdot 2 - 7 \Leftrightarrow$$
$$\bar{y} = -4 - 7 \Leftrightarrow$$
$$\bar{y} = -11$$

Επιμέλεια απαντήσεων:

ΑΛΕΞΟΠΟΥΛΟΥ ΒΙΒΗ
ΑΝΝΙΝΟΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ
ΜΑΡΚΑΤΟΣ ΔΙΟΝΥΣΗΣ
ΜΑΣΤΟΡΑΚΟΣ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ