ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 29 ΜΑΪΟΥ 2015
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
(ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α.1 (α) **Α.2 (β)** **Α.3 (α)** **Α.4 (δ)**

Α.5 Λ , Σ , Σ , Λ , Σ

ΘΕΜΑ Β

Β.1 (iii)

Αιτιολόγηση:
Η ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδος –σφαιρίδιο, είναι:

$$I_{συστ} = \frac{1}{3}M\ell^2 + \frac{M}{2}\cdot\ell^2 = \frac{5M\ell^2}{6}$$

Από το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης, έχουμε:

$$Στ = I_{συστ}\cdot α_{γων} \Rightarrow Mg\frac{\ell}{2} + \frac{M}{2}\cdot g\ell = \frac{5M\ell^2}{6}\cdot α_{γων} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Mg\ell = \frac{5M\ell^2}{6}\cdot α_{γων} \Rightarrow α_{γων} = \frac{6\cdot g}{5\ell}$$

Έτσι, ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής για τη ράβδο μόνο, είναι:

$$\frac{ΔL}{Δt}ρ = I_ρ\cdot α_γ = \frac{1}{3}M\ell^2\cdot\frac{6g}{5\ell} = \mathbf{\frac{2}{5}Mg\ell}$$

Β.2 (iii)

Αιτιολόγηση
Από την εξίσωση του στάσιμου, για x=0, παρατηρούμε ότι έχουμε κοιλία. Έτσι οι θέσεις των δεσμών δίνονται από τον τύπο $x_o = (2N+1)\cdot\frac{λ}{4}$, N=0,1,2,… . Άρα για N=2, η θέση του $3^{ου}$ δεσμού θα είναι στο $x_{Δ_3} = 5\frac{λ}{4}$, οπότε η τετμημένη του σημείου Μ θα είναι

$$x_M = \frac{5λ}{4} + \frac{λ}{12} = \frac{4λ}{3}$$

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση του πλάτους

$A' = \left|2Aσυν\left(2π\frac{x}{λ}\right)\right|$ για $x = \frac{4λ}{3}$, έχουμε

$$A' = \left|2Aσυν\frac{8π}{3}\right| = \left|2Aσυν\frac{2π}{3}\right| = \mathbf{A}$$

Β.3 (i)

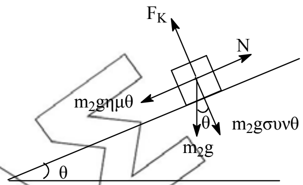
Αιτιολόγηση:

Εύκολα αποδεικνύουμε ότι στην τυχαία θέση $\Sigma F = -Kx = -Dx$ άρα D=K η σταθερά επαναφοράς του συστήματος των m_1 και m_2.

Ισχύει $D(m_1+m_2)\cdot\omega^2 \Rightarrow \omega^2 = \dfrac{D}{m_1+m_2} = \dfrac{K}{m_1+m_2}$

Άρα, μόνο για το σώμα Σ_2, που απλώς ακουμπά στο Σ_1, η σταθερά επαναφοράς του είναι

$$D_2 = m_2\cdot\omega^2 = \frac{m_2}{m_1+m_2}\cdot K$$



Από την ανάλυση των δυνάμεων στο σώμα Σ_2, έχουμε για τον άξονα τον παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο: (τυχαία θέση)

$$\Sigma F = -D_2x \Rightarrow N - m_2g\cdot\eta\mu\theta = -\frac{m_2}{m_1+m_2}\cdot K\cdot x \Rightarrow$$

$$N = m_2\cdot g\cdot\eta\mu\theta - \frac{m_2}{m_1+m_2}\cdot K\cdot x$$

Για να μη χάνεται η επαφή, θα πρέπει

$N > 0 \Rightarrow$

$$m_2g\eta\mu\theta > \frac{m_2}{m_1+m_2}\cdot K\cdot A \Rightarrow (m_1+m_2)\cdot g\cdot\eta\mu\theta > K\cdot A$$

ή $A\cdot K < (m_1+m_2)\cdot g\cdot\eta\mu\theta$

ΘΕΜΑ Γ

Γ.1 Από την εξίσωση $U_E = 8\cdot10^{-2}(1-i^2) = 8\cdot10^{-2} - 8\cdot10^{-2}i^2$

και αφού $U_E = E_{\tau\alpha\lambda} - U_B = E_{\tau\alpha\lambda} - \dfrac{1}{2}\cdot Li^2$ =, συμπεραίνουμε ότι:

$\mathbf{E_{\tau\alpha\lambda} = 8\cdot10^{-2}\,J}$ και $\dfrac{1}{2}L = 8\cdot10^{-2} \Rightarrow \mathbf{L = 0{,}16H}$

$E_{\tau\alpha\lambda} = \dfrac{1}{2}L\cdot I^2 \Rightarrow I = \sqrt{\dfrac{2E}{L}} = \dfrac{2\cdot8\cdot10^{-2}}{16\cdot10^{-2}} = 1A$ το μέγιστο ρεύμα

Έτσι $E = \dfrac{1}{2}C\cdot V_{max}^2 \Rightarrow C = \dfrac{2E}{V_{max}^2} = \dfrac{2\cdot8\cdot10^{-2}}{1600} = 10^{-4}F$ η χωρητικότητα του πυκνωτή

Άρα $T = 2\pi\sqrt{L\cdot C} = 2\pi\sqrt{16\cdot10^{-2}\cdot10^{-4}} = \mathbf{8\pi\cdot10^{-3}\,sec}$

Γ.2 $U_E = E_{o\lambda}\cdot\sigma\upsilon\nu^2\omega t = 8\cdot10^{-2}\cdot\sigma\upsilon\nu\left(\dfrac{2\pi}{T}\cdot t\right)$

Για $t=\frac{T}{12}$, έχουμε $U_E=8\cdot10^{-2}\cdot\sigma\upsilon\nu^2\left(\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{T}{12}\right)=8\cdot10^{-2}\sigma\upsilon\nu^2\frac{\pi}{6}$

$$=8\cdot10^{-2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=8\cdot10^{-2}\cdot\frac{3}{4}=\mathbf{6\cdot10^{-2}\,J}$$

Γ.3 $E_{\tau\alpha\lambda}=U_E+U_B\xrightarrow{U_B=\frac{U_E}{3}}E_{\tau\alpha\lambda}=\frac{4\cdot U_E}{3}\Rightarrow\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}\Rightarrow$

$$\Rightarrow q=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot Q$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Αλλά}\quad I=\omega\cdot Q\Rightarrow Q=\frac{I}{\omega}\\ \omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{8\pi\cdot10^{-3}}=250\text{ rad/s}\end{array}\right\}\Rightarrow Q=\frac{1}{250}C$$

Άρα $q=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{250}=\pm\frac{\sqrt{3}}{500}C$

Η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται κάθε στιγμή στο πηνίο, είναι $E_{\alpha\upsilon\tau}=-L\frac{di}{dt}$, όμως $E_{\alpha\upsilon\tau}=V_L=V_C$

Άρα $\left|\frac{di}{dt}\right|=\frac{V_C}{L}=\frac{q/C}{L}=\frac{q}{LC}\xrightarrow{\frac{1}{LC}=\omega^2}\left(\frac{di}{dt}\right)=\omega^2 q$

Αντικαθιστώντας τις τιμές, έχουμε

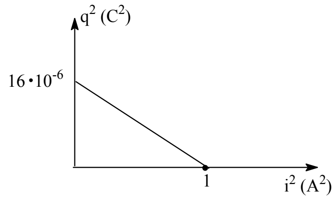
$$\left|\frac{di}{dt}\right|=250^2\cdot\frac{\sqrt{3}}{500}=\mathbf{125\sqrt{3}\ A/s}$$

Γ.4 Από την αρχική σχέση $U_E=8\cdot10^{-2}(1-i^2)$ και με δεδομένο ότι $U_E=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$, έχουμε:

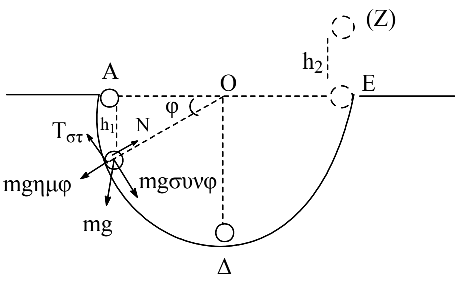
$$\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}=8\cdot10^{-2}(1-i^2)\Rightarrow\frac{q^2}{2\cdot10^{-4}}=8\cdot10^{-2}(1-i^2)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow q^2=16\cdot10^{-6}(1-i^2)\Rightarrow q^2=16\cdot10^{-6}-16\cdot10^{-6}\ i^2\quad\text{με}\quad -1\le i\le 1$$

(εξίσωση ευθείας, της μορφής y=β+λx)



ΘΕΜΑ Δ



Το κέντρο μάζας του σφαιριδίου διαγράφει ημικύκλιο, ακτίνας R-r=1,4m

Δ.1 Στην τυχαία θέση Γ, με εφαρμογή του θεμελιώδη νόμου για τη μεταφορική (ΘΝΜΚ) και τη στροφική κίνηση (ΘΝΣΚ) έχουμε αντίστοιχα:

ΘΝΜΚ: $\Sigma F = m\cdot\alpha \Rightarrow mg\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi - T = m\cdot\alpha \quad (1)$

ΘΝΣΚ: $\Sigma\tau = I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T\cdot r = \frac{2}{5}mr^2\cdot\alpha_\gamma$ και επειδή η κύλιση γίνεται χωρίς ολίσθηση, $\alpha = \alpha_\gamma\cdot r \Rightarrow \alpha_\gamma = \frac{\alpha}{r}$

Έτσι $T\cdot\cancel{r} = \frac{2}{5}mr^{\cancel{2}}\frac{\alpha}{\cancel{r}} \Rightarrow T = \frac{2}{5}\ m\cdot\alpha \quad (2)$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (1) και (2), έχουμε:

$$\frac{mg\sigma\upsilon\nu\varphi - T}{T} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2mg\sigma\upsilon\nu\varphi - 2T = 5T \Rightarrow 2mg\sigma\upsilon\nu\varphi = 7T \Rightarrow \mathbf{T = \frac{2mg\sigma\upsilon\nu\varphi}{7} = 4\sigma\upsilon\nu\varphi}$$

Δ.2 Εφαρμόζουμε ΑΔΜΕ από τη θέση (Α) έως τη θέση (Γ), με επίπεδο αναφοράς της θέση (Γ) (U_Γ=0)

$$U_A + \cancel{K_A}^{0} = \cancel{U_\Gamma}^{0} + K_\Gamma \Rightarrow mgh_1 = \frac{1}{2}mu_\Gamma^2 + \frac{1}{2}I\cdot\omega_\Gamma^2 \Rightarrow$$

$$\cancel{m}gh_1 = \frac{1}{2}\cancel{m}u_\Gamma^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}\cancel{m}r^2\omega_\Gamma^2 \xrightarrow{r\cdot\omega_\Gamma = u_\Gamma}$$

$$\Rightarrow gh_1 = \frac{1}{2}u_\Gamma^2 + \frac{2}{10}u_\Gamma^2 \Rightarrow gh_1 = \frac{7}{10}u_\Gamma^2 \xrightarrow{h_1=(R-r)\cdot\eta\mu\varphi}$$

$$\Rightarrow u_\Gamma^2 = \frac{10\cdot g\cdot(R-r)\cdot\eta\mu\varphi}{7} \Rightarrow u_\Gamma^2 = \frac{10\cdot10\cdot1{,}4\cdot\frac{1}{2}}{7} = 10\ m^2/s^2$$

Στη θέση Γ, η συνισταμένη των δυνάμεων που δρουν κατά μήκος του άξονα της ακτίνας ΟΓ , δρα ως κεντρομόλος. Έτσι:

$$\Sigma F = F_{\kappa\varepsilon\nu\tau\rho} \Rightarrow N - mg\eta\mu\varphi = \frac{mu_\Gamma^2}{R-r} \Rightarrow N = mg\eta\mu\varphi + \frac{mu_\Gamma^2}{R-r}$$

$$= 1{,}4\cdot10\cdot\frac{1}{2} + \frac{1{,}4\cdot10}{1{,}4} = 7 + 10 = \mathbf{17N}$$

Δ.3 Εφαρμόζουμε ΑΔΜΕ από τη θέση (Δ) ως την (Ε), με επίπεδο αναφοράς την (Δ).

$$\cancel{U_{(\Delta)}}^{0} + K_{(\Delta)} = U_{(E)} + K_{(E)} \Rightarrow \frac{1}{2}mu_\Delta^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}mr^2\omega_\Delta^2 =$$

$$= mg(R-r) + \frac{1}{2}mu_E^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}mr^2\omega_E^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{7}{10}\cancel{m}u_\Delta^2 = \cancel{m}g(R-r) + \frac{7}{10}\cancel{m}u_E^2 \Rightarrow \frac{7}{10}\cdot6^2 = 10\cdot1{,}4 + \frac{7}{10}u_E^2 \Rightarrow$$

$$u_E^2 = 16 \Rightarrow \mathbf{u_E = 4m/s} \quad \text{και} \quad \mathbf{\omega_E = \frac{u_E}{r} = 20\,rad/s}$$

Εγκαταλείποντας το σφαιρίδιο το ημικύκλιο στη θέση Ε, καταργείται η ροπή της στατικής τριβής, άρα και η $\alpha_{\gamma\omega\nu}$. Έτσι το σώμα διατηρεί τη στροφική κινητική του κατάσταση δηλαδή $\omega_E=\omega_Z=20$ rad/s, ενώ το κέντρο μάζας του εκτελεί κατακόρυφη βολή με αρχική ταχύτητα $\upsilon_E=4m/s$ ως τη θέση Ζ που στιγμιαία σταματά.

Εφαρμόζουμε ΑΔΜΕ από τη θέση (Ε) ως τη θέση (Ζ)

$$\cancel{U_E}^{0}+K_E=U_Z+K_Z\Rightarrow\frac{1}{2}m\upsilon_E^2+\frac{1}{2}I\omega_E^2=mgh_2+\frac{1}{2}\cancel{m\upsilon_Z^2}^{0}+\frac{1}{2}I\omega_Z^2$$

$$\xrightarrow{\omega_E\omega_Z}\quad\frac{1}{2}\upsilon_E^2=gh_2\Rightarrow h_2=\frac{\upsilon_E^2}{2g}=\frac{4^2}{20}=\mathbf{0,8m}$$

Δ.4 Από το Ε ως το Ζ, $\frac{dK}{dt}\mu\varepsilon\tau\alpha\varphi=\Sigma F\cdot\upsilon$

Έτσι στο Ε $\quad\frac{dK}{dt}\mu\varepsilon\tau\alpha\varphi=-mg\upsilon_E=-1{,}4\cdot10\cdot4=\mathbf{-56\ J/S}$

$$\frac{dK}{dt}\pi\varepsilon\rho\iota\sigma\tau\rho=\Sigma\tau\cdot\omega=0\quad(\text{αφού}\quad\Sigma\tau=0)$$

$$\frac{dL}{dt}=\mathbf{\Sigma\tau=0}$$