



ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΤΡΙΤΗ 10 ΙΟΥΝΙΟΥ 2014
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

- A.1 → γ
A.2 → β
A.3 → γ
A.4 → β

- A.5 α → Σ β → Σ γ → Λ δ → Λ ε → Σ

ΘΕΜΑ Β

- B.1 → (iii) $\frac{A_1}{A_2} = 2$

Αιτιολόγηση: Η κρούση γίνεται στη θέση ισοροπίας, άρα οι ταχύτητες τόσο πριν, όσο και μετά την κρούση είναι μέγιστες. $u_{\max} = \omega_1 \cdot A_1$ και $u'_{\max} = \omega_2 \cdot A_2$ αντίστοιχα.

Ακόμα $D_1 = m \cdot \omega_1^2$ και $D_2 = 2m \cdot \omega_2^2$ οπότε

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{D_1}{m}} = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad \text{και} \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{D_2}{2m}} = \sqrt{\frac{2K}{2m}} = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

Από αρχή διατήρησης της ορμής (ΑΔΟ) για την πλαστική κρούση, έχουμε:

$$P_{\text{αρχ}} = P_{\text{τελ}} \Rightarrow m \cdot u_{\max} = 2m u'_{\max} \Rightarrow \omega_1 A_1 = 2 \cdot \omega_2 A_2$$

$$\stackrel{\omega_1 = \omega_2}{\Rightarrow} A_1 = 2A_2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = 2 \quad (\text{όπου } A_1 = d \text{ η αρχική συσπείρωση})$$

- B.2 → (ii)

Αιτιολόγηση: Η μέση συχνότητα της ταλάντωσης, που προκύπτει από τη σύνθεση των δύο συνιστωσών ταλαντώσεων είναι $\bar{f} = \frac{f_1 + f_2}{2} = \frac{N}{t}$, από την οποία, για $N=200$ και $t=T_{\Delta}=2s$ έχουμε:

$$\frac{f_1 + f_2}{2} = \frac{200}{2} \Rightarrow f_1 + f_2 = 200 \text{ Hz (1)}$$

$$\text{Ακόμα } f_{\Delta} = |f_1 - f_2| \Rightarrow f_{\Delta} = f_1 - f_2 = \frac{1}{T_{\Delta}} \Rightarrow f_1 - f_2 = 0,5 \text{ Hz (2)}$$

Από τις σχέσεις (1) και (2), με πρόσθεση κατά μέλη, έχουμε

$$2f_1 = 200,5 \Rightarrow f_1 = 100,25\text{Hz} \text{ και } f_2 = 99,75\text{Hz}$$

B.3 → (iii)

Αιτιολόγηση: 1^η κρούση μεταξύ m_1 και m_2 :

Από τις γνωστές σχέσεις, που διέπουν την κεντρική ελαστική κρούση δύο σωμάτων, έχουμε:

$$\text{Για το σώμα } m_1: \quad u'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot u_1 \quad (1)$$

$$\text{Για το σώμα } m_2: \quad u'_2 = \frac{2 \cdot m_1}{m_1 + m_2} \cdot u_1 \quad (2)$$

2^η κρούση: μεταξύ m_2 και τοίχου:

Επειδή ο τοίχος έχει συγκριτικά με την m_2 πολύ μεγαλύτερη μάζα, η m_2 θα πάθει αναστροφή, δηλαδή αλλάζει φορά κίνησης, με ίδιο μέτρο ταχύτητας. Έτσι η νέα της ταχύτητα θα είναι

$$u''_2 = -u'_2 = -\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot u_1 \quad (3)$$

Όμως η απόσταση των m_1 και m_2 είναι τελικά σταθερή, οπότε

$$u'_1 = u''_2 \Rightarrow \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot u_1 = \frac{-2m_1}{m_1 + m_2} \cdot u_1 \Rightarrow m_1 - m_2 = -2m_1$$

$$\Rightarrow m_2 = 3m_1 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ.1 Από τη γραφική παράσταση παρατηρούμε ότι

- i. Το πλάτος κάθε μιας από τις συνιστώσες ταλαντώσεις είναι $A = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.
- ii. Το σημείο Σ είναι σημείο ενίσχυσης, γιατί μετά τη χρονική στιγμή 1,4sec, το πλάτος διπλασιάζεται και γίνεται $A' = 2A = 10^{-2} \text{ m}$
- iii. Από 0,2s έως 1,4s, δηλαδή για $\Delta t = 1,2\text{s}$ το σημείο Σ εκτελεί τρεις πλήρεις ταλαντώσεις άρα η συχνότητα ταλάντωσής του (όπως και των δύο πηγών) είναι $f = \frac{N}{\Delta t} = \frac{3}{1,2} = 2,5 \text{ Hz}$

iv. Οι χρόνοι άφιξης των δύο κυμάτων από τις πηγές Π_2 και Π_1 είναι αντίστοιχα $t_{\alpha\phi_2} = 0,2s$ και $t_{\alpha\phi_1} = 1,4s$.

Αφού οι πηγές Π_1 και Π_2 δεν έχουν αρχική φάση, ισχύει

$$r_1 = u \cdot t_{\alpha\phi_1} = 5 \cdot 1,4 = 7m \quad \text{και} \quad r_2 = u \cdot t_{\alpha\phi_2} = 5 \cdot 0,2 = 1m$$

Γ.2 Το μήκος κύματος $\lambda = \frac{u}{f} = 2m$

Διερεύνηση:

i. Για $0 \leq t < 0,2s$, το Σ είναι ακίνητο $y_\Sigma = 0$, γιατί κανένα κύμα δεν έχει ακόμα φτάσει

ii. Για $0,2 \leq t < 1,4s$, το Σ ταλαντώνεται λόγω του κύματος από την πλησιέστερη πηγή Π_2 , με εξίσωση

$$y = A \eta \mu 2\pi \left(f \cdot t - \frac{r_2}{\lambda} \right) = 5 \cdot 10^{-3} \eta \mu 2\pi (2,5t - 0,5) \quad (\text{S.I.})$$

iii. Για $1,4 \leq t$, τα κύματα συμβάλλουν ενισχυτικά στο σημείο Σ , το οποίο ταλαντώνεται με εξίσωση

$$y = 2A \sigma \nu 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \cdot \eta \mu 2\pi \left(f \cdot t - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right) = 10^{-2} \sigma \nu 3\pi \cdot \eta \mu 2\pi (2,5t - 2) \Rightarrow y = -10^{-2} \eta \mu 2\pi (2,5t - 2)$$

Γ.3 Παρατηρούμε ότι η τιμή $y = 5\sqrt{3} \cdot 10^{-3}m$ είναι μεγαλύτερη από το $A = 5 \cdot 10^{-3}m$. Άρα πρόκειται για κάποια χρονική στιγμή για την οποία έχει ήδη αρχίσει η συμβολή. Έτσι:

$$E_{\text{ταλ}} = U + K \Rightarrow \frac{1}{2} D A'^2 = \frac{1}{2} D \cdot y^2 + \frac{1}{2} m \cdot u^2 \Rightarrow$$

$$m\omega^2 A'^2 = m\omega^2 y^2 + m u^2 \Rightarrow |u| = \omega \sqrt{A'^2 - y^2}$$

Όμως $\omega = 2\pi f = 5\pi \text{ rad/s}$.

$$\text{Έτσι } |u| = 5\pi \sqrt{(2A)^2 - (A\sqrt{3})^2} = 5\pi \sqrt{A^2} = \frac{5\pi}{2} \cdot 10^{-2} m/s$$

Γ.4 Η ταχύτητα διάδοσης είναι σταθερή, αφού εξαρτάται μόνο από τις ιδιότητες του ελαστικού μέσου. Έτσι

$$\lambda_1 \cdot f_1 = \lambda_2 \cdot f_2 \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{9}{10} \quad \text{ή} \quad \lambda_2 = \frac{9}{10} \cdot \lambda_1 = \frac{18}{10} = 1,8m$$

Για $r_1 - r_2 = 6m$, το νέο πλάτος της ταλάντωσης του φελλού, θα είναι:

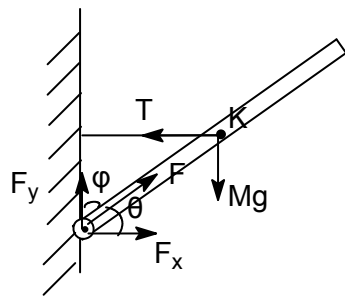


$$A_2 = \left| 2A \sin 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \right| = \left| 2A \sin \pi \frac{6}{1,8} \right| = \left| 2A \sin \frac{10\pi}{3} \right| = A$$

$$\begin{aligned} \text{Έτσι } \frac{K_{1 \max}}{K_{2 \max}} &= \frac{\frac{1}{2} m \omega_1^2 A_1^2}{\frac{1}{2} m \omega_2^2 A_2^2} = \left(\frac{\omega_1 A_1}{\omega_2 A_2} \right)^2 = \left(\frac{2\pi f_1 A_1}{2\pi f_2 A_2} \right)^2 = \left(\frac{f_1 A_1}{f_2 A_2} \right)^2 \\ &= \left(\frac{9 \cdot 2A}{10 \cdot A} \right)^2 = \left(\frac{9}{5} \right)^2 = \frac{81}{25} \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ.1



Από την ισορροπία της ράβδου, έχουμε:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_x - T = 0 \Rightarrow F_x = T \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y - Mg = 0 \Rightarrow F_y = Mg \quad (2)$$

Παίρνουμε ροπές ως προς το Α: Οι ροπές των F_x και F_y είναι μηδέν, αφού διέρχονται από το Α:

$$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow T \frac{\ell}{2} \cdot \sin \phi - Mg \frac{\ell}{2} \eta \mu \phi = 0 \Rightarrow T = Mg \frac{\eta \mu \phi}{\sin \phi} \Rightarrow$$

$$T = 5,6 \cdot 10 \cdot \frac{0,6}{0,8} \Rightarrow T = 42 \text{ N}$$

$$\text{Από (1)} \Rightarrow F_x = 42 \text{ N}$$

$$\text{Από (2)} \Rightarrow F_y = 56 \text{ N}$$

$$\text{Με πυθαγόρειο θεώρημα: } F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{42^2 + 56^2} =$$

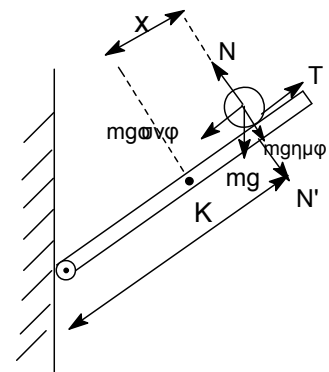
$$= \sqrt{6^2 \cdot 7^2 + 8^2 \cdot 7^2} = 7\sqrt{6^2 + 8^2} = 7 \cdot 10 = \mathbf{70 \text{ N}}$$

Η γωνία θ που σχηματίζει η F με τον οριζόντιο άξονα έχει

$$\epsilon \phi \theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{56}{42} = \frac{4}{3}$$

Δ.2

Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα. Η φορά της στατικής τριβής T είναι προς τα πάνω, ώστε η ροπή της να επιβραδύνει στροφικά τη σφαίρα. Με εφαρμογή του 2^{ου} νόμου Νεύτωνα για τη μεταφορική και την περιστροφική κίνηση αντίστοιχα, έχουμε:





$$\Sigma F = m \cdot a \Rightarrow mg \sin \varphi - T = m \cdot a \quad (3)$$

$$\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T \cdot r = \frac{2}{5} m \cdot r^2 \cdot \alpha_{\gamma} \xrightarrow{r \cdot \alpha_{\gamma} = a}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2}{5} m \cdot a \quad (4)$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις (3) και (4), παίρνουμε:

$$mg \sin \varphi = \frac{7}{5} m \cdot a \Rightarrow a = \frac{5g \cdot \sin \varphi}{7} = \frac{40}{7} \text{ m/s}^2$$

Άρα αφού $a = \alpha_{\gamma} \cdot r$ (κύλιση χωρίς ολίσθηση), προκύπτει

$$\alpha_{\gamma} = \frac{a}{r} = \mathbf{400 \text{ rad/s}^2}$$

- Δ.3** Στην τυχαία θέση x από το μέσο K , η απόσταση από την άρθρωση είναι $\frac{\ell}{2} + x$. Ακόμα η δύναμη αντίδρασης από τη σφαίρα στη ράβδο $N' = -N = mg \cdot \eta \mu \varphi$ από το νόμο δράσης < αντίδρασης, για την ισορροπία της σφαίρας στον άξονα y .

Με ισορροπία ροπών ως προς το A , έχουμε:

$$\Sigma \tau = 0 \Rightarrow T \cdot \frac{\ell}{2} \sin \varphi - Mg \frac{\ell}{2} \eta \mu \varphi - mg \left(\frac{\ell}{2} + x \right) \cdot \eta \mu \varphi = 0$$

$$\Rightarrow T \cdot 0,8 - 5,6 \cdot 10 \cdot 0,6 - 0,4 \cdot 10 \cdot (1+x) \cdot 0,6 = 0$$

$$\Rightarrow 0,8T = 36 + 2,4x \Rightarrow \mathbf{T = 45 + 3x}$$

- Δ.4** Το κέντρο μάζας της ράβδου από τη θέση (1) έως τη θέση (2), κατεβαίνει κατά

$$h = 2y = 2 \cdot \frac{\ell}{2} \sin \varphi = \ell \cdot \sin \varphi = 1,6 \text{ m.}$$

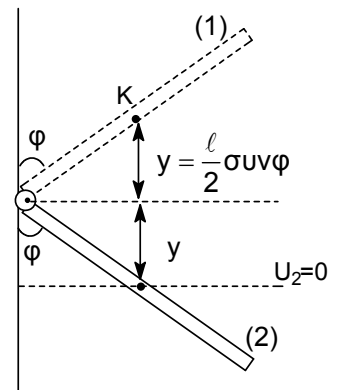
Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας (ΑΔΜΕ) από τη θέση (1) ως τη θέση (2), με επίπεδο αναφοράς (επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας) τη θέση (2)

$$U_{(1)} + K_{\text{περ}(1)} = U_{(2)} + K_{\text{περ}(2)} \Rightarrow Mgh = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Mgh = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} M \ell^2 \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega^2 = \frac{6gh}{\ell^2} \Rightarrow \omega = \frac{\sqrt{6gh}}{\ell} = \frac{6 \cdot 10 \cdot 0,6}{2} = \sqrt{24} \text{ rad/s}$$

$$\text{Στη θέση (2), η } \frac{dK}{dt} = P_{\tau} = \Sigma \tau \cdot \omega = Mg \frac{\ell}{2} \cdot \eta \mu \varphi \cdot \omega =$$

$$= 5,6 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 0,6 \cdot \sqrt{24} = 33,6 \sqrt{24} \text{ ή } \mathbf{67,2 \sqrt{6} \text{ J/s}}$$





Δ.5 Η ροπή αδράνειας της δεύτερης ράβδου είναι $I' = \frac{1}{3} \cdot 3M\ell^2 = 3 \cdot I$

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της στροφορμής για την κρούση των δύο ράβδων, αφού οι δυνάμεις που αναπτύσσονται κατά την κρούση είναι εσωτερικές και δεν μεταβάλλουν τη στροφορμή του συστήματος.

$$L_{\text{αρχ}} = L_{\text{τελ}} \Rightarrow I \cdot \omega = (I + I') \cdot \omega' \Rightarrow \omega' = \frac{\omega}{4}$$

$$\begin{array}{l} \text{Έτσι } K_{\text{αρχ}} = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 \\ K_{\text{τελ}} = \frac{1}{2} \cdot 4I \cdot \omega'^2 \end{array} \left| \Rightarrow \frac{K_{\text{αρχ}}}{K_{\text{τελ}}} = \frac{I \cdot \omega^2}{4I \cdot \omega'^2} = \frac{1}{4} \cdot 4^2 = 4 \right.$$

$$\Rightarrow K_{\text{τελ}} = \frac{K_{\text{αρχ}}}{4} \text{ ή } 25\% K_{\text{αρχ}}$$

$$\text{άρα } \Delta K = -\frac{3K_{\text{αρχ}}}{4} \text{ ή ελάττωση κατά } 75\%$$



ΠΥΡΗΝΑΣ
www.pyr.gr