ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 25 ΜΑΪΟΥ 2012
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
(ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

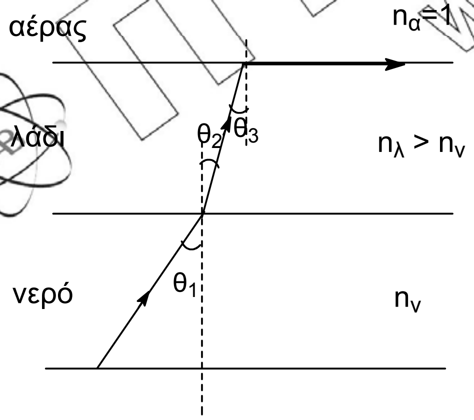
Α.1 γ, **Α.2** β, **Α.3** γ, **Α.4** γ

Α.5 Σωστό
Σωστό
Λάθος
Λάθος
Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β.1 → **γ**

Αιτιολόγηση



Αφού $n_λ > n_ν$, το φως πηγαίνει από το αραιότερο (νερό) στο πυκνότερο (λάδι). Έτσι η γωνία διάθλασης $θ_2$ στο λάδι είναι μικρότερη της γωνίας πρόσπτωσης $θ_1$, με βάση το νόμο του Snell.

$$n_ν \cdot ημθ_1 = n_λ \cdot ημθ_2 \quad \textbf{(1)} \quad \Rightarrow n_λ = \frac{n_ν ημθ_1}{ημθ_2}$$

$$\xrightarrow{n_ν < n_λ} ημθ_1 > ημθ_2 \Rightarrow \boldsymbol{θ_1 > θ_2}$$

Η γωνία $θ_2$=$θ_3$ ως εντός εναλλάξ

Για το λάδι

$$ημθ_{crit} = \frac{1}{n_λ} \xrightarrow{(1)} ημθ_{crit} = \frac{ημθ_2}{n_ν \cdot ημθ_1}$$

Όμως $\mathbf{n_ν \cdot ημθ_1 = 1}$ αφού πριν ρίξουμε το λάδι η $θ_1$ ήταν οριακή (κρίσιμη) γωνία σε σχέση με το νερό

Έτσι $ημθ_{crit} = ημθ_3 \Rightarrow θ_3 = θ_{crit}$

Συμπερασματικά, η ακτίνα θα κινηθεί παράλληλα στην διαχωριστική επιφάνεια νερού – αέρα.

B.2 → α

Αιτιολόγηση

Ο πρώτος δεσμός (Δ_1) βρίσκεται σε απόσταση $x_{\Delta_1} = \frac{\lambda}{4}$ από την αρχή Ο, που είναι κοιλία. Έτσι οι τετμημένες των σημείων Κ και Λ θα είναι αντίστοιχα $X_\kappa = \frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{6} = \frac{\lambda}{12}$ και $X_\Lambda = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{12} = \frac{\lambda}{3}$. Έτσι έχουμε για τα πλάτη τους:

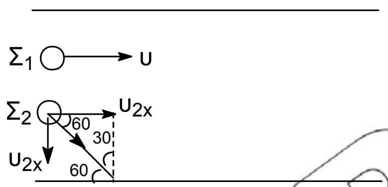
$$A'_K = \left|2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{X_\kappa}{\lambda}\right| = \left|2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{1}{12}\right| = \left|2A\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6}\right| = A\sqrt{3} \text{ και}$$

$$A'_\Lambda = \left|2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{X_\Lambda}{\lambda}\right| = \left|2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{1}{3}\right| = \left|2A\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\right| = A$$

οπότε $\frac{V_K}{V_A} = \frac{\omega A'_K}{\omega A'_\Lambda} = \mathbf{\sqrt{3}}$

B.3 → α

Αιτιολόγηση



Αφού οι κρούσεις είναι ελαστικές η κινητική ενέργεια της σφαίρας Σ_2 διατηρείται. Από το νόμο της ανάκλασης η γωνία πρόσπτωσης θα είναι πάντα ίση με τη γωνία ανάκλασης, ίση με 30^o (συμπληρωματική της γωνίας των 60^o). Έτσι η οριζόντια συνιστώσα υ_{2X} της ταχύτητας υ_2 θα είναι $\upsilon_{2x} = \upsilon_2 \sigma\upsilon\nu 60 = \frac{\upsilon_2}{2} = \frac{\upsilon}{2}$

Οι χρόνοι κίνησης λοιπόν για τη διαδρομή ΑΓ=x, θα είναι $t_1 = \frac{x}{\upsilon}$ και

$t_2 = \frac{x}{\upsilon/2} = \frac{2x}{\upsilon}$ οπότε $t_2 = 2t_1$

ΘΕΜΑ Γ

Γ.1 Με εφαρμογή του θεωρήματος Steiner, η ροπή αδράνειας της ράβδου, ως προς το άκρο Ο, θα είναι:

$$I_{\rho\acute{\alpha}\beta\delta o\upsilon} = I_{cm} + M\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}M\ell^2 + \frac{1}{4}M\ell^2 = \frac{1}{3}M\ell^2 = \frac{1}{3}\cdot 6\cdot 0{,}3^2 = 0{,}18 \text{ kgm}^2$$

Έτσι η ροπή αδράνειας του συστήματος δοκού-σφαίρας είναι

$$I_{o\lambda} = I_\rho + I_{\sigma\varphi} = \frac{1}{3}M\ell^2 + M\ell^2 = \frac{1}{3}M\ell^2 + \frac{M}{2}\ell^2 = \frac{5}{6}M\ell^2 = \mathbf{0{,}45\,kg\,m^2}$$

Γ.2 Αφού η F είναι σταθερή, το έργο της ροπής της F θα είναι

$$W_F = \tau\cdot\theta = F\cdot\ell\cdot\theta = \frac{120}{\pi}\cdot 0{,}3\cdot\frac{\pi}{2} = \mathbf{18J}$$

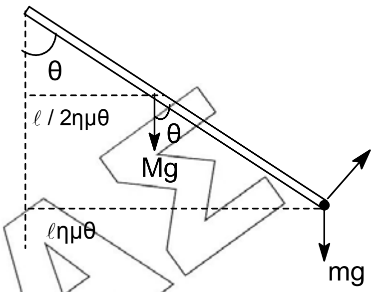
Γ.3 Από διατήρηση ενέργειας, με επίπεδο αναφοράς την ανώτερη οριζόντια θέση, έχουμε:

$$U_{αρχ} + \cancel{K_{αρχ}}^{0} + W_F = K_{τελ} \Rightarrow -Mg\frac{\ell}{2} - mg\ell + W_F = W_{τελ}$$

$$\Rightarrow -\frac{Mg\ell}{2} - \frac{Mg}{2}\cdot\ell + W_F = \frac{1}{2}I_{ολ}\omega^2 \Rightarrow -9-9+18 = \frac{1}{2}0,45\cdot\omega^2 \Rightarrow \boldsymbol{\omega = 0}$$

Δηλαδή φτάνει στην οριζόντια θέση με μηδενική γωνιακή ταχύτητα.

Γ.4 Για την πρώτη περιστροφή που εκτελεί το σύστημα, μέγιστη κινητική ενέργεια, άρα και μέγιστη γωνιακή ταχύτητα ω, θα έχει το σύστημα όταν η γωνιακή επιτάχυνση μηδενιστεί, δηλαδή όταν



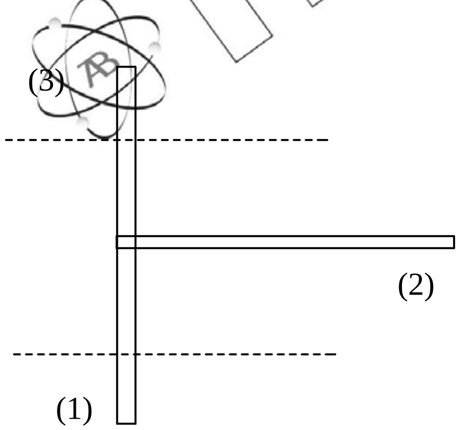
$$\Sigma\tau = 0 \Rightarrow F\cdot\ell = Mg\cdot ημθ\frac{\ell}{2} + mg\cdot ημθ\cdot\ell$$

$$\Rightarrow F = \left(\frac{Mg}{2} + \frac{Mg}{2}\right)ημθ \Rightarrow ημθ = \frac{F}{Mg} = \frac{30\sqrt{3}}{60} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

άρα **θ=60^o**

Παρατήρηση: - Σχόλιο στο θέμα Γ.4

Η νέα δύναμη $F' = 30\sqrt{3} = 51,96N$ είναι μεγαλύτερη από την $F = \frac{120}{\pi} = 38,22N$. Έτσι η ράβδος ξεπερνά την οριζόντια θέση στην οποία έφτανε λόγω της F. Αυτό φαίνεται και από το εξής.



Στην ανώτερη θέση (3), με εφαρμογή του ΘΜΚΕ, έχουμε:

$$K_{(3)} - K_{(1)} = W_{Mg} + W_{mg} + W_{\tau_{F'}}$$

$$\Rightarrow K_3 - 0 = -Mg\ell - mg\cdot 2\ell + F'\cdot\ell\cdot\pi$$

$$\Rightarrow K_3 = -18 - 18 + 30\sqrt{3}\cdot 0,3\pi$$

$$\Rightarrow K_3 = -36 + 9\sqrt{3}\pi = -36 + 48,97 > 0$$

Άρα με την επίδραση της F′ η ράβδος όχι μόνο φτάνει στην ανώτερη θέση (3) ανά και κάνει **ΑΝΑΚΥΚΛΩΣΗ!!**

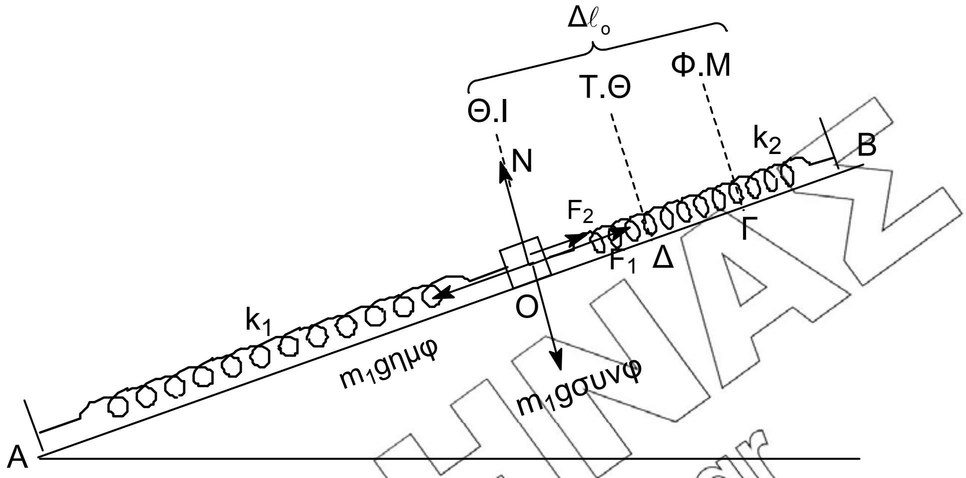
Με δεδομένο ότι τα βάρη είναι συντηρητικές δυνάμεις και ότι η F′ συνεχώς δίνει ενέργεια στο σύστημα, σε κάθε επιπλέον περιστροφή θα προσθέτει ενέργεια ίση με $F'\cdot\ell\cdot 2\pi = 18\sqrt{3}\pi$ J

Άρα τελικά η ενέργεια **<u>ΑΠΕΙΡΙΖΕΤΑΙ!!!</u>**

Μήπως τελικά έπρεπε να το ψάξει καλύτερα το θέμα αυτό η επιτροπή εξετάσεων; Μια καλή προσέγγιση είναι να έβαζε ως περιορισμό την πρώτη φορά που συμβαίνει κάτι τέτοιο, αφού εύκολα αποδεικνύεται ότι σε κάθε κύκλο, υπάρχουν δυο μέγιστες ενέργειες, στις 60^o και στις 120^o.

ΘΕΜΑ Δ

Δ.1



Στη θέση ισορροπίας ΘΙ, στο σώμα ασκούνται

i) το βάρος m_1g, που αναλύεται στην $m_1g\eta\mu\varphi$ παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο και $m_1g\sigma\upsilon\nu\varphi$ κάθετη σ' αυτό

ii) η αντίδραση N από το κεκλιμένο επίπεδο και

iii) οι δυνάμεις F_1, F_2 από το ελατήριο με κατεύθυνση προς τη θέση φυσικού μήκους, δηλαδή προς τα πάνω.

Αφού το σύστημα ισορροπεί, $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_1 + F_2 - m_1 g\eta\mu\varphi = 0$

$$\Rightarrow k_1\Delta\ell_o + k_2\Delta\ell_o - m_1 g\eta\mu\varphi = 0 \quad (\mathbf{1})$$

Στην τυχαία θέση από τη θέση ισορροπίας, το ελατήριο σταθεράς k_1 έχει συσπείρωση $\Delta\ell_o - x$, οπότε η $F_1' = k_1(\Delta\ell_o - x)$ με φορά προς τα πάνω, ενώ το ελατήριο σταθεράς k_2 έχει επιμήκυνση $\Delta\ell_o - x$ και $F_2' = k_2(\Delta\ell_o - x)$ με φορά επίσης προς τα πάνω. Έτσι:

$\Sigma F = F_1' + F_2' - m_1 g\eta\mu\varphi =$

$k_1(\Delta\ell_o - x) + k_2(\Delta\ell_o - x) - m_1 g\eta\mu\varphi =$

$k_1\Delta\ell o - k_1 x + k_2\Delta\ell o - k_2 x - mg\eta\mu\varphi \overset{(1)}{=} -\left(k_1 + k_2\right)\cdot x$

άρα $\Sigma F = -Dx$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με $D=k_1+k_2=200$ N/m

Δ.2 Από τη σχέση $\mathbf{(1)} \Rightarrow \Delta\ell_o = \dfrac{m_1 g\eta\mu\varphi}{k_1 + k_2} = \dfrac{10}{200} = 0{,}05\text{m}$

Αφού τη χρονική στιγμή $t_o=0$, αφήνουμε το σώμα από τη θέση φυσικού μήκους των ελατηρίων, αυτή θα είναι η ακραία (μέγιστη) θετική απομάκρυνση. Έτσι $A = \Delta\ell_o = 0{,}05\text{m}$

Αποδείξαμε ότι $D = k_1 + k_2 = 200 N.m$. Άρα

$$B = m_1 \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{D}{m_1}} = \sqrt{\frac{200}{2}} = 10 rad/s$$

Βρίσκουμε την αρχική φάση της ταλάντωσης

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o) \xrightarrow[x=+A]{t=0} A = A\eta\mu\varphi_o \Rightarrow \eta\mu\varphi_o = 1 \Rightarrow \varphi_o = \frac{\pi}{2} rad$$

Έτσι η εξίσωση της απομάκρυνσης θα είναι

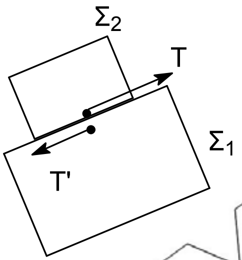
$$\mathbf{x = 0,05 \cdot \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (S.I)}$$

Δ.3 Η σταθερά επαναφοράς D του συστήματος είναι πάλι ίση με $k_1+k_2=200 N/m$. Η νέα κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης του συστήματος των m_1 και m_2 είναι

$$\omega' = \sqrt{\frac{D}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{200}{2+6}} = 5 rad/s$$

Αφού τα δύο σώματα βρίσκονται σ' επαφή, ταλαντώνονται με την ίδια κυκλική συχνότητα, δηλαδή $D_2 = m_2\omega'^2 = 6 \cdot 5^2 = \mathbf{150\ N/m}$

Δ.4



Το Σ_2 εφάπτεται στο Σ_1. Έτσι, οι μόνες δυνάμεις που ενεργούν σ' αυτό κατά μήκος του άξονα κίνησης (κεκλιμένο επίπεδο) είναι η συνιστώσα του βάρους $m_2 g\eta\mu\varphi$ και η στατική τριβή T, των οποίων η συνισταμένη δρα ως δύναμη επαναφοράς για το Σ_2. Έτσι

$$\Sigma F = -D_2 \cdot x \Rightarrow T_{\sigma\tau} - m_2 g\eta\mu\varphi = -D_2 \cdot x$$

$$\Rightarrow T_{\sigma\tau} = m_2 g\eta\mu\varphi - D_2 \cdot x \Rightarrow \mu \cdot m_2 g\sigma\upsilon\nu\varphi = m_2 g\eta\mu\varphi - D_2 \cdot x$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{m_2 g\eta\mu\varphi - D_2 \cdot x}{m_2 g\sigma\upsilon\nu\varphi} \quad \textbf{(2)} \quad \text{θα πρέπει } \mu \geq \frac{m_2 g\eta\mu\varphi - D_2 \cdot x}{m_2 g\sigma\upsilon\nu\varphi}$$

Ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής θα αντιστοιχεί στο $-x_{max}$, δηλαδή στη θέση -A′ της ταλάντωσης.

Με ανάλογη διαδικασία, με αυτήν του ερωτήματος Δ.2 υπολογίζουμε το νέο πλάτος A′ της ταλάντωσης του συστήματος των Σ_1 και Σ_2.

Ισχύει $A' = \Delta\ell'_o = \frac{m_{o\lambda} g\eta\mu\varphi}{k_1 + k_2} = 0,2 m$

Έτσι από τη σχέση (2), έχουμε $\mu = \dfrac{6 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} + 150 \cdot 0,2}{6 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{60}{\frac{60\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

άρα $\mathbf{\mu_{min} = \frac{2\sqrt{3}}{3}}$