ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β')

ΣΑΒΒΑΤΟ 14 ΜΑΙΟΥ 2011
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α.1. σελίδα 152 (σχολικό βιβλίο)

Α.2. σελίδα 142 (σχολικό βιβλίο)

Α.3. σελίδα 65 (σχολικό βιβλίο)

Α. 4
α → Λ
β. → Λ
γ. → Σ
δ. → Λ
ε → Σ

ΘΕΜΑ Β

Β.1. $P(M) = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{N(M)}{N(\Omega)} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow N(\Omega) = 4 \cdot N(M) \quad (1)$

Ισχύει $64 < N(\Omega) < 72 \Leftrightarrow 64 < 4N(M) < 72 \Leftrightarrow$
$16 < N(M) < 18$ και $N(M)$ φυσικός αριθμός διάφορος του μηδενός

Άρα N(M)=17

$(1) \Leftrightarrow N(\Omega) = 4 \cdot 17 = 68$

Β2. $P(M) + P(A) + P(K) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{4} + 4\lambda^2 - 5\lambda + \frac{7}{4} = 1 \Leftrightarrow$

$4\lambda^2 - 5\lambda + 1 = 0 \Leftrightarrow \left\{ \lambda = 1 \quad \text{ή} \quad \lambda = \frac{1}{4} \right.$

- Για λ=1 $\quad P(A) = 4 > 1$ Άτοπο (η λ=1 απορρίπτεται)
- Για $\lambda = \frac{1}{4}$ $\quad P(A) = \frac{1}{4} < 1$ δεκτή

  $P(K) = \frac{1}{2} < 1$ δεκτή

Άρα $\lambda = \frac{1}{4}$

ΠΥΡΗΝΑΣ

B3. $P(M)=\dfrac{1}{4}\Leftrightarrow\dfrac{N(M)}{N(\Omega)}=\dfrac{1}{4}\Leftrightarrow\dfrac{N(M)}{68}=\dfrac{1}{4}\Leftrightarrow N(M)=17$

$P(A)=\dfrac{1}{4}\Leftrightarrow N(A)=17$

$P(K)=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow N(K)=34$

B4. Τα ενδεχόμενα A: «η σφαίρα είναι άσπρη»

B: «η σφαίρα είναι μαύρη»

είναι ξένα μεταξύ τους.

Οπότε $P(A\cup M)=P(A)+P(M)=\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{2}$

Γ1.

x_i	f_i %	$x_i\cdot f_i$
10	10	1
12	20	2,4
14	y_Δ	$0{,}14\cdot y_\Delta$
16	y_E	$0{,}16\cdot y_E$
18	10	1,8
Σύνολο	100	14,2

Οι τετμημένες των σημείων που δίνονται είναι τα κέντρα x_i των αντίστοιχων κλάσεων. Αφού το τμήμα ΔΕ είναι παράλληλο προς τον οριζόντιο άξονα θα ισχύει: $y_\Delta=y_E$

Ισχύει: $\left.\begin{aligned}\bar{x}&=\Sigma x_i f_i\\ \text{και}\quad y_\Delta&=y_E\end{aligned}\right\}\Leftrightarrow\begin{cases}1+2{,}4+0{,}14y_\Delta+0{,}16y_E+1{,}8=14{,}2\\ y_\Delta=y_E\end{cases}$

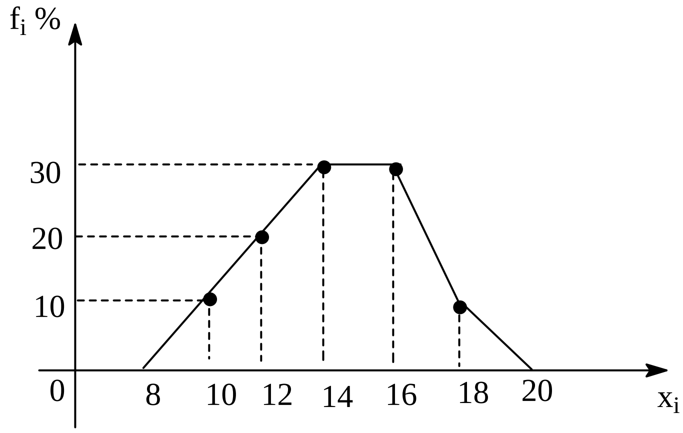
$\Leftrightarrow\begin{cases}0{,}14y_\Delta+0{,}16y_E=9\\ y_\Delta=y_E\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y_\Delta=30\\ y_E=30\end{cases}$

(ή) $\Sigma f_i\ \%=100\Leftrightarrow 10+20+y_\Delta+y_E+10=100$ και $y_\Delta=y_E$

$\begin{cases}y_\Delta+y_E=60\\ y_\Delta=y_E\end{cases}\Leftrightarrow y_\Delta=y_E=30$

ΠΥΡΗΝΑΣ

Γ2.



Γ3. Οι τετμημένες των σημείων που δίνονται είναι τα κέντρα των αντίστοιχων κλάσεων. Το πλάτος c της κάθε κλάσης είναι η διαφορά δύο διαδοχικών κέντρων

Άρα c=12 – 10 = 2

Η πρώτη κλάση είναι [α, α+2) με κέντρο 10 οπότε

$$\frac{\alpha+\alpha+2}{2}=10 \Leftrightarrow 2\alpha+2=20 \Leftrightarrow \alpha=9$$

Οι κλάσεις είναι: [9-11), [11-13), [13-15), [15-17), [17-19]

κλάσεις	x_i	f_i %
[9,11)	10	10
[11,13)	12	20
[13,15)	14	30
[15,17)	16	30
[17,19)	18	10
Σύνολο	-	100

Γ4. Το ποσοστό των πωλητών με ετήσιες πωλήσεις τουλάχιστον 15000 € είναι το άθροισμα των ποσοστών που αντιστοιχούν στις κλάσεις [15-17), [17-19]

Άρα 30% + 10% = 40%

Γ5. Το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων και του οριζόντιου άξονα είναι ίσο με το μέγεθος του δείγματος.

Άρα ν=Ε=80.

Οι πωλητές που δικαιούνται το εφάπαξ είναι $\frac{40}{100}\cdot 80=32$ άτομα

ΠΥΡΗΝΑΣ

Δ1. $f(x)=e^{\frac{x^3}{3}-\frac{11x^2}{30}+\frac{2}{15}x},\ x\in R$

$$f'(x)=e^{\frac{x^3}{3}-\frac{11x^2}{30}+\frac{2}{15}x}\cdot\left(x^2-\frac{11}{15}x+\frac{2}{15}\right),\ x\in R$$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow x^2-\frac{11x}{15}+\frac{2}{15}=0\Leftrightarrow\left\{\ x=\frac{2}{5}\quad ή \quad x=\frac{1}{3}\right.$$

$$\left(e^{\frac{x^3}{3}-\frac{11x^2}{30}+\frac{2}{15}x}>0\right)$$

$$f'(x)>0\Leftrightarrow\ x<\frac{1}{3}\ ή\ x>\frac{2}{5}$$

x	$-\infty$	1/3		2/5		$+\infty$
f’	+		-		+	
f	$\nearrow$	$\circ$	$\searrow$	$\circ$	$\nearrow$	
		$\boxed{\text{T.M.}}$		$\boxed{\text{T.E.}}$		

f $\nearrow$ σε καθένα από τα $\left(-\infty,\frac{1}{3}\right],\left[\frac{2}{5},+\infty\right)$ και f $\searrow$ στο $\left[\frac{1}{3},\frac{2}{5}\right]$

Δ2. Από ερώτημα $Δ_1$ οι θέσεις τοπικών ακροτάτων είναι $x_1=\frac{1}{3},\ x_2=\frac{2}{5}$

Αφού $A\subseteq B\Rightarrow P(A)\le P(B)$ άρα

$$P(A)=\frac{1}{3}\ \text{ και }\ P(B)=\frac{2}{5}.$$

Αφού $A\subseteq B$ τότε $A\cap B=A$ και $A\cup B=B$ άρα $P(A\cap B)=P(A)=\frac{1}{3}$

$$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)=\frac{1}{3}-\frac{1}{3}=0$$

$$P(A\cup B)=P(B)=\frac{2}{5}$$

$$P(B-A)=P(B)-P(A\cap B)=\frac{2}{5}-\frac{1}{3}=\frac{1}{15}$$

Δ3.α) $h(x)=f(x)\overset{x\in R}{\Leftrightarrow}e^{\frac{1}{5}x\left(\frac{3x^2}{2}-x-\frac{1}{3}\right)}=e^{\frac{1}{3}x\left(x^2-\frac{11}{10}x+\frac{2}{5}\right)}\overset{1-1}{\Leftrightarrow}\frac{3x^3}{10}-\frac{x^2}{5}-\frac{x}{15}=\frac{x^3}{3}-\frac{11x^2}{30}+\frac{2}{15}\cdot x\Leftrightarrow$

$$x^3-5x^2+6x=0\Leftrightarrow x\left(x^2-5x+6\right)=0\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\ \quad ή\\ x=2\\ \quad ή\\ x=3\end{cases}$$

ΠΥΡΗΝΑΣ

β) $x_1 < x_2 < x_3$ άρα $x_1=0$, $x_2=2$, $x_3=3$

Οπότε $v_1 = 2x_1 + 1 = 1$, $v_2 = 2x_2 + 1 = 5$, $v_3 = 2x_3 + 1 = 7$

x_i	v_i	$x_i v_i$
0	1	0
2	5	10
3	7	21
Σύνολο	13	31

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i v_i}{\Sigma v_i} = \frac{31}{13}$$

ΠΥΡΗΝΑΣ

Επιμέλεια: Μαρκάτος Διονύσης
Μαστοράκος Παναγιώτης