

**ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
 ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ
 ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
 ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 20 ΜΑΪΟΥ 2011
 ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
 ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
 (ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)**

ΘΕΜΑ Α

A1 → γ A2 → β A3 → γ A4 → γ
 A5 → Σ, Λ, Σ, Λ, Λ

ΘΕΜΑ Β

B1 → σωστό το (β)

ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ

Για το Σ₁: Η απόσταση Δ₁ της θέσης ισορροπίας από τη θέση φυσικού μήκους, προκύπτει από τη σχέση:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow m_1 g = k \cdot \Delta l_1 \Rightarrow \Delta l_1 = \frac{m_1 g}{k}$$

Για το σύστημα των Σ₁, Σ₂, ομοίως προκύπτει ότι

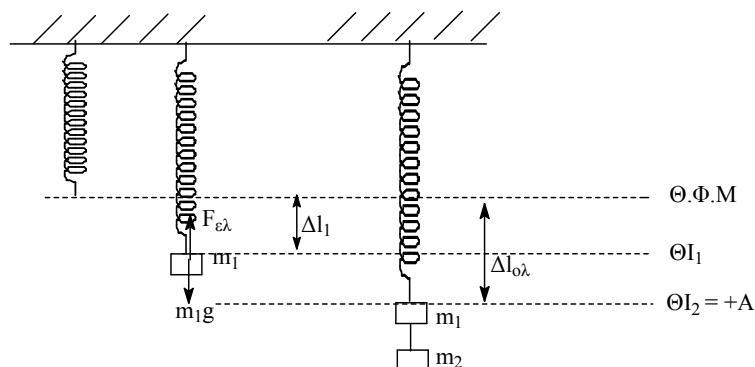
$$\Delta l_{ολ} = \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$$

Η διαφορά Δ_{ολ} - Δ₁ είναι ίση με το πλάτος Α₁ της ταλάντωσης που εκτελεί το Σ₁, αφού αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος, το m₁ ήταν ακίνητο (ακραία θέση).

Δηλαδή $A_1 = \Delta l_{ολ} - \Delta l_1 = \frac{m_2 g}{k}$

Με παρόμοιο τρόπο $A_2 = \Delta l_{ολ} - \Delta l_2 = \frac{m_1 g}{k}$ για το Σ₂

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{1}{2} D A_1^2}{\frac{1}{2} D A_2^2} \stackrel{D=k}{\Rightarrow} \frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 = \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^2$$



B2 → σωστό το (α)

ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ

Για την συχνότητα του διακροτήματος ισχύει

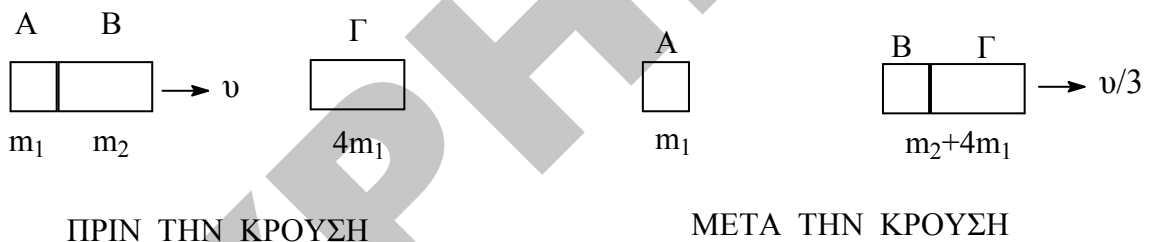
$$\left. \begin{aligned} f_{\Delta} &= |f_1 - f| \\ f_{\Delta} &= |f_2 - f| \end{aligned} \right\} = |f_1 - f| = |f_2 - f|$$

Έτσι:

- i) $f_1 - f = f_2 - f \Rightarrow f_1 = f_2$, άτοπο
- ii) $f_1 - f = f - f_2 \Rightarrow 2f = f_1 + f_2 \Rightarrow f = \frac{f_1 + f_2}{2}$ δεκτή
- iii) $f - f_1 = f_2 - f \Rightarrow 2f = f_1 + f_2 \Rightarrow f = \frac{f_1 + f_2}{2}$ δεκτή
- iv) $f - f_1 = f - f_2 \Rightarrow f_1 = f_2$, άτοπο

B3 → σωστό το (α)

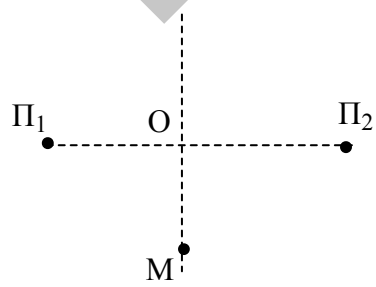
ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ



Εφαρμόζοντας την αρχή της διατήρησης της ορμής (ΑΔΟ) έχουμε:

$$(m_1 + m_2)u = (m_2 + 4m_1)\frac{u}{3} \Rightarrow 3m_1 + 3m_2 = m_2 + 4m_1 \Rightarrow m_1 = 2m_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 2$$

ΘΕΜΑ Γ



$u = 2\text{m/s}$
 $d = 1\text{m}$
 $y_M = 0,2\eta\mu 2\pi(5t - 10)$
 $y_M = 2A\eta\mu 2\pi\left(f \cdot t - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right)$
 $A = 0,1\text{m}$
 $f = 5\text{Hz}$ $\lambda = \frac{u}{f} = \frac{2}{5} = 0,4\text{m}$

Γ1 $\frac{r_1 + r_2}{2\lambda} = 10 \Rightarrow r_1 + r_2 = 8 \Rightarrow 2r_1 = 8 \Rightarrow \boxed{r_1 = 4\text{m}}$

Γ2 Για το Ο $y_o = 0,2\eta\mu 2\pi\left(5t - \frac{d}{2\lambda}\right) = 0,2\eta\mu 2\pi(5t - 1,25)$

Έτσι $\varphi_M = 2\pi(5t - 10) = 10\pi t - 20\pi$

$\varphi_o = 2\pi(5t - 1,25) = 10\pi t - 2,5\pi$

άρα $\Delta_{\varphi(o,M)} = \boxed{17,5\pi \text{ rad}}$

Γ3 Για τα σημεία ενίσχυσης του τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ ισχύουν

$x - (d - x) = N \cdot \lambda \Rightarrow 2x - d = N \cdot \lambda \Rightarrow x = \frac{d}{2} + \frac{N\lambda}{2}$

Θα πρέπει $0 \leq x \leq d \Rightarrow 0 \leq \frac{d}{2} + \frac{N\lambda}{2} \leq d \Rightarrow$

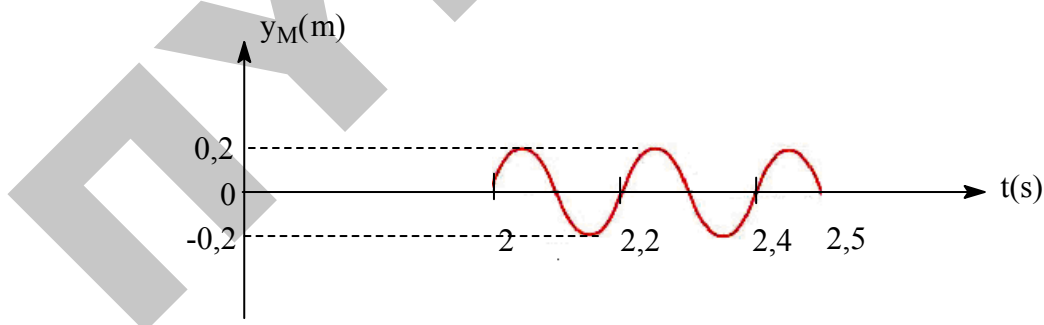
$-\frac{d}{2} \leq \frac{N\lambda}{2} \leq \frac{d}{2} \Rightarrow -\frac{d}{\lambda} \leq N \leq \frac{d}{\lambda} \Rightarrow -2,5 \leq N \leq 2,5$

Οι ακέραιες τιμές του N είναι $\underbrace{-2, -1, 0, +1, +2}_{5 \text{ σημεία}}$

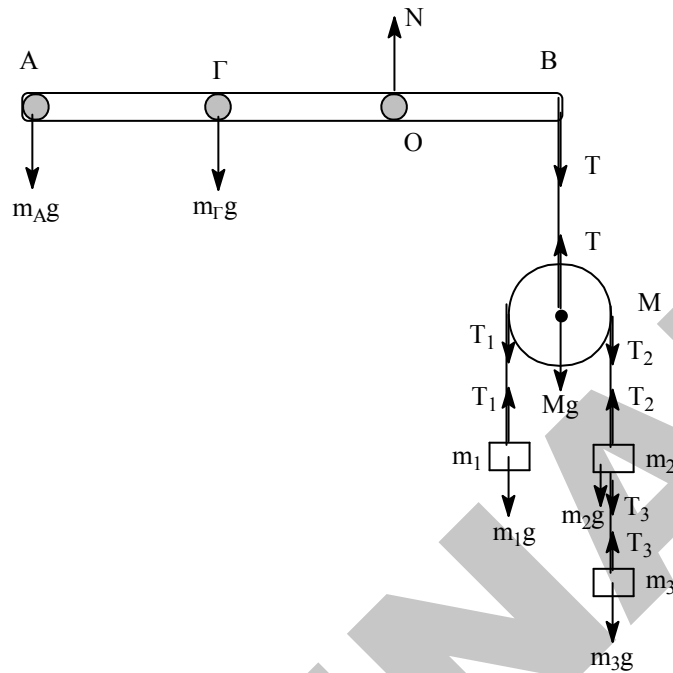
Γ4 Ο χρόνος άφιξης των κυμάτων στο M είναι $t_{\alpha\varphi} = \frac{r_1}{u} = 2\text{sec}$.

Έτσι από 0 έως 2sec \rightarrow το M ακίνητο.

Από 2 έως 2,5sec $\Delta t = 0,5\text{sec} = 2,5T$ το M ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος 2A



ΘΕΜΑ Δ



Δ1

Συνθήκες ισορροπίας

Σώμα m_3 : $m_3g = T_3 \Rightarrow T_3 = 10\text{N}$

Σώμα m_2 : $T_3 + m_2g = T_2 \Rightarrow T_2 = 20\text{N}$

Σώμα m_1 : $m_1g = T_1 \Rightarrow T_1 = 20\text{N}$

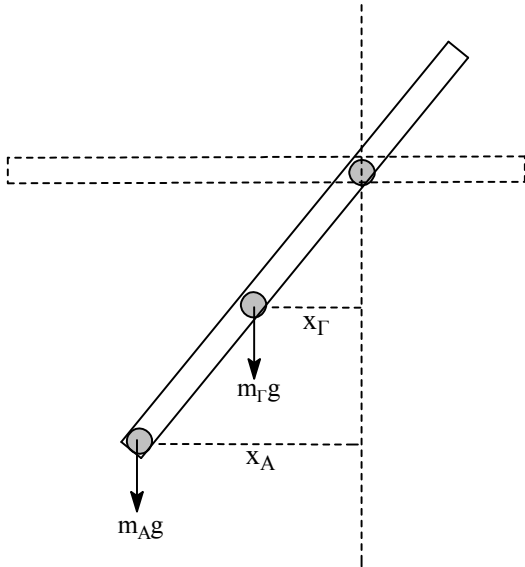
Τροχαλία: $Mg + T_1 + T_2 = T \Rightarrow T = 80\text{N}$

$\Sigma\tau = T_1R - T_2R = 0$

Ράβδος: $\Sigma\tau = m_Ag \cdot 2d + m_r g \cdot d - T \cdot d =$
 $= 10 \cdot 2 + 60 \cdot 1 - 80 \cdot 1 = 0$

Άρα όντως η ράβδος ισορροπεί οριζόντια.

Δ2



Η ροπή αδράνειας του συστήματος m_A, m_Γ είναι
 $I = m_A \cdot (2d)^2 + m_\Gamma \cdot d^2 = 1 \cdot 4 + 6 \cdot 1 = 10 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

Οι μοχλοβραχίονες x_A, x_Γ είναι αντίστοιχα

$$x_A = 2d \cdot \eta\mu 30 = 1 \text{ m}$$

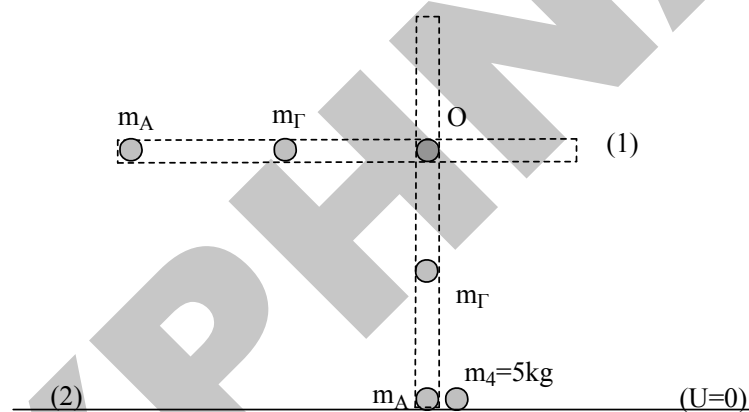
$$x_\Gamma = d \cdot \eta\mu 30 = 0,5 \text{ m}$$

Εφαρμόζοντας το θεμελιώδη νόμο στροφικής κίνησης για το στερεό ράβδος – m_A, m_Γ , έχουμε:

$$\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow m_A \cdot g \cdot x_A + m_\Gamma \cdot g \cdot x_\Gamma = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{10 \cdot 1 + 60 \cdot 0,5}{10} = 4 \text{ rad/s}^2$$

Δ3



Υπολογίζουμε πρώτα τη γωνιακή ταχύτητα ω της ράβδου στην κατακόρυφη θέση, εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, (ΑΔΜΕ), παίρνοντας ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το επίπεδο στο οποίο βρίσκεται η m_4 (έδαφος)

ΑΔΜΕ (1) \rightarrow (2)

$$U_{(1)} + K_{(1)}^0 = U_{(2)} + K_{(2)} \Rightarrow$$

$$U_{(A)}^{(1)} + U_{(\Gamma)}^{(1)} + 0 = U_A^{(2)} + U_\Gamma^{(2)} + \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 \Rightarrow$$

$$m_A \cdot g \cdot 2d + m_\Gamma \cdot g \cdot 2d = 0 + m_\Gamma \cdot g \cdot d + \frac{1}{2} I \omega^2 \Rightarrow$$

$$20 + 120 = 60 + \frac{1}{2} 10 \omega^2 \Rightarrow \omega^2 = 16 \Rightarrow \omega = 4 \text{ rad/s}$$

Επειδή η κρούση είναι πλαστική και το σύστημα έχει μόνο τη δυνατότητα εκτέλεσης περιστροφικής κίνησης, παίρνουμε την αρχή διατήρησης της στροφορμής.

Η ροπή αδράνειας του συστήματος των m_A , m_Γ , m_4 είναι

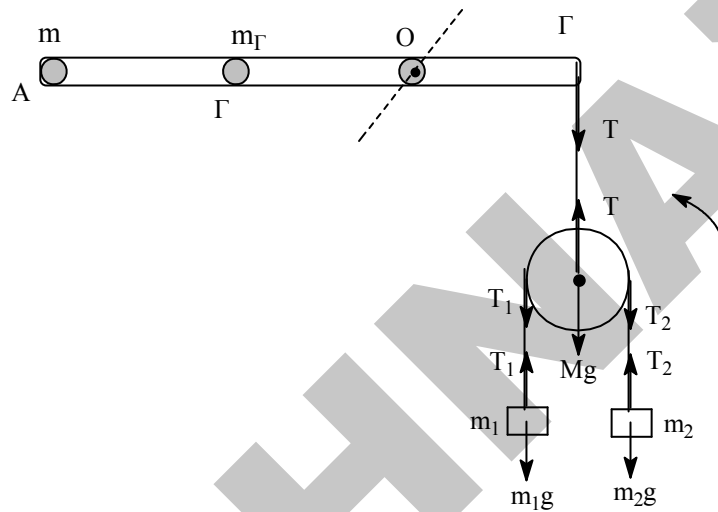
$$I' = m_A \cdot (2d)^2 + m_\Gamma \cdot d^2 + m_4(2d)^2 = \\ = 1 \cdot 4 + 6 \cdot 1 + 5 \cdot 4 = 30 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$L_{\text{αρχ}} = L_{\text{τελ}} \Rightarrow I \cdot \omega + 0 = I' \cdot \omega' \Rightarrow \omega' = \frac{10 \cdot 4}{30} = \frac{4}{3} \text{ rad/s}$$

Έτσι η γραμμική ταχύτητα του σημείου A μετά την κρούση είναι

$$u_A = \omega' \cdot 2d = \frac{4}{3} \cdot 2 = \frac{8}{3} \text{ m/s}$$

Δ4



Αρχικά, αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος, αφού $m_1g = T_1$ και $m_2g = T_2$, $T_1 > T_2 \Rightarrow$ η ροπή της T_1 θα είναι μεγαλύτερη της ροπής της T_2 . Έτσι το m_1 θα κατέβει με επιτάχυνση α , το m_2 θ' ανέβει με επιτάχυνση α , ενώ η τροχαλία θα περιστραφεί με φορά αντίθετη από αυτήν του ρολογιού.

Εφαρμόζοντας θεμελιώδη νόμο μεταφορικής για τα m_1 και m_2 και περιστροφικής για την τροχαλία, έχουμε:

$$m_1: \quad \Sigma F = m_1 \cdot \alpha \Rightarrow m_1g - T_1 = m_1\alpha \Rightarrow T_1 = m_1g - m_1\alpha \quad (1)$$

$$m_2: \quad \Sigma F = m_2 \cdot \alpha \Rightarrow T_2 - m_2g = m_2\alpha \Rightarrow T_2 = m_2g + m_2\alpha \quad (2)$$

$$\text{τροχαλία: } \Sigma \tau = I_{\text{τρ}} \cdot \alpha_{\text{γων}} \Rightarrow T_1 \cdot R - T_2 \cdot R = \frac{1}{2}MR^2 \cdot \alpha_{\text{γων}} \text{ και επειδή δεν έχουμε}$$

ολίσθηση του νήματος, $\alpha_{\text{γων}} = \frac{\alpha}{R}$, οπότε:

$$T_1R - T_2R = \frac{1}{2}MR^2 \frac{\alpha}{R} \Rightarrow T_1 - T_2 = \frac{M \cdot \alpha}{2} \quad (3)$$

Η (3), λόγω των (1) και (2), γίνεται:

$$m_1g - m_1\alpha - m_2g - m_2\alpha = \frac{M \cdot \alpha}{2} \Rightarrow (m_1 - m_2) \cdot g = \alpha \left(\frac{M}{2} + m_1 + m_2 \right)$$

$$\Rightarrow 10 = \alpha \cdot 5 \Rightarrow \alpha = 2 \text{ m/s}^2 \text{ η κοινή επιτάχυνση των } m_1, m_2.$$

Έτσι από (1) $\Rightarrow T_1 = m_1g - m_1a = 16\text{N}$ και

από (2) $\Rightarrow T_2 = m_2g + m_2a = 12\text{N}$

Για την τροχαλία η οποία δεν εκτελεί μεταφορική κίνηση, ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow Mg + T_1 + T_2 = T \Rightarrow T = 68\text{N}$$

Για να ισορροπεί λοιπόν η ράβδος, θα πρέπει

$$\Sigma \tau_{(0)} = 0 \Rightarrow mg \cdot 2\ell + m_r g \ell - T \ell = 0$$

$$\Rightarrow 20m + 60 = 68 \Rightarrow 20m = 8 \Rightarrow \mathbf{m = 0,4\text{kg}}$$

ΠΥΡΗΝΑΣ