ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ’ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ’ ΤΑΞΗΣ
ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β’)

ΔΕΥΤΕΡΑ 17 ΜΑΙΟΥ 2010
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α.1. σελίδα 93

Α.2. σελίδα 87

Α.3. σελίδα 140

Α. 4

α → Σ
β. → Λ
γ. → Σ
δ. → Λ
ε → Λ

ΘΕΜΑ Β

Β.1. $x \neq 1$

$$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-1}{x-1} = \lim_{x\to 1}\frac{2\sqrt{x^2-x+1}-1-1}{x-1} =$$

$$= \lim_{x\to 1}\frac{2\left(\sqrt{x^2-x+1}-1\right)}{x-1} =$$

$$= \lim_{x\to 1}\frac{2(x^2-x)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 1}\frac{2x\,\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)} = \frac{2}{2} = 1$$

Β.2.

$$f'(x) = \left(2\sqrt{x^2-x+1}-1\right)' =$$

$$= \frac{2(x^2-x+1)'}{2\sqrt{x^2-x+1}} = \frac{\cancel{2}(2x-1)}{\cancel{2}\sqrt{x^2-x+1}} = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-x+1}}$$

Οπότε : $f'(0) = -1$

Β.3. $\varepsilon\varphi\omega = f'(0) = -1$ άρα $\hat{\omega} = 135^{o}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ.1. Γνωρίζουμε ότι η το ημιάθροισμα των άκρων κάθε κλάσης ισούται με το κέντρο της κλάσης. Άρα $\frac{c+2c}{2}=6 \Leftrightarrow 3c=12 \Leftrightarrow c=4$

Γ.2.

κλάσεις	x_i	ν_i	$x_i\nu_i$	$\bar{x}-x_i$	$\left(\bar{x}-x_i\right)^2$	$\left(\bar{x}-x_i\right)^2\nu_i$
0 -4	2	20	40	8	64	1280
4 – 8	6	40	240	4	16	640
8 – 12	10	45	450	0	0	0
12 – 16	14	30	420	4	16	480
16 - 20	18	25	450	8	64	1600
		N=160	1600			4000

$$\bar{x}=\frac{\Sigma x_i\nu_i}{\nu}=\frac{1600}{160}=10$$

$$s^2=\frac{\Sigma\left(x_i-x\right)^2\nu_i}{\nu}=\frac{4000}{160}=25 \quad \text{Άρα} \quad s=\sqrt{s^2}=5$$

Γ.3. $CV=\frac{S}{\left|\bar{x}\right|}=\frac{5}{10}\cdot 100=50\%>10\%$ όχι ομοιογενές

Γ. 4 Θα λάβουμε υπόψιν μας της κλάσεις 7-8, 8-12, 12-14.

Από την πρώτη κλάση παίρνουμε ως συχνότητα το $\frac{1}{4}$ της αντίστοιχης συχνότητας δηλαδή $\nu_2=\frac{1}{4}\cdot 40=10$

Για τη δεύτερη ν_3=45

Για την τρίτη το $\frac{1}{2}$ της αντίστοιχης συχνότητας δηλαδή $\nu_4=\frac{1}{2}\cdot 30=15$

$$P(A)=\frac{N(A)}{N(\Omega)}=\frac{10+45+15}{160}=\frac{7\cancel{0}}{16\cancel{0}}=\frac{7}{16}$$

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Δ1: $f'(x) = \left(\ell n\left(x - P(A)\right) - \frac{1}{2}(x - P(A))^2 + P(B) \right)'$

$$= \frac{1}{x - P(A)} - (x - P(A))$$

$$= \frac{1 - \left(x - P(A)\right)^2}{x - P(A)} = \frac{1 - x^2 + 2P(A)\cdot x - (P(A))^2}{x - P(A)}$$

$$= \frac{-x^2 + 2P(A)\cdot x + 1 - (P(A))^2}{x - P(A)}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2P(A)\cdot x + 1 - (P(A))^2 = 0$$

$$\Delta = 4(P(A))^2 + 4\left(1 - (P(A))^2\right)$$

$$= 4\cancel{(P(A))^2} + 4 - 4\cancel{(P(A))^2} = 4 > 0$$

$$x = \frac{-2P(A) \pm 2}{-2} = \left\langle \begin{array}{l} \dfrac{-2P(A) + 2}{-2} = P(A) - 1 \le 0 \ \text{απορ.} \\ \dfrac{-2P(A) - 2}{-2} = P(A) + 1 > 1 \end{array} \right.$$

x	P(A)		P(A)+1		$+\infty$
f'		+	0	-	
f		↗		↘	
			Ο.Μ		

f ↗ στο (P(A), P(A)+1]
f ↘ στο [P(A)+1, $+\infty$)
και παρουσιάζει στο

$x_o = P(A) + 1$ ολικό μέγιστο το $f(P(A) + 1) = P(B) - \frac{1}{2}$

Δ.2 $x_o = \frac{5}{3} \Leftrightarrow P(A)+1=\frac{5}{3} \Leftrightarrow P(A)=\frac{2}{3}$

$f(xo)=0 \Leftrightarrow f(P(A)+1)=0 \Leftrightarrow$

$P(B)-\frac{1}{2}=0 \Leftrightarrow P(B)=\frac{1}{2}$

Δ.3. $P(A \cap B)'=1-P(A \cap B)=$

$=1-\left(P(A)+P(B)-P(A \cup B)\right)$

$=1-\frac{2}{3}-\frac{1}{2}+\frac{5}{6}=\frac{2}{3}$

Δ.4 $P\left[\left(A-B\right)\cup\left(B-A\right)\right]=$

$P(A-B)+P(B-A)=$

$P(A)-P(A \cap B)+P(B)=P(A \cap B)=$

$\frac{2}{3}-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{2}$