

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Κ' ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
 22 ΜΑΪΟΥ 2008.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ.

ΘΕΜΑ 1°: Α. Ο.Ε.Δ.Β βελ. 28.

Β. Ο συντελεστής μεταβλητότητας ή
 μεταβλητότητας CV ορίζεται
 ως εξής: Για $\bar{x} > 0$ $CV = \frac{s}{\bar{x}}$

Για $\bar{x} < 0$ $CV = \frac{s}{|\bar{x}|}$

Γ. α → Λ

β → Λ

γ → Σ

δ → Σ

ε → Σ

ΘΕΜΑ 2°

$$\begin{aligned}
 \alpha. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x \cdot f(x)}{x^2 - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x \cdot x - 1}{e^x} = \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \beta. e^x \cdot f'(x) - e^x \cdot \left(\frac{x-1}{e^x} \right)' &= e^x \cdot e^x - \frac{(x-1)e^x}{(e^x)^2} \\
 &= \frac{e^{2x} (1-x+1)}{e^x} = 2 - x.
 \end{aligned}$$

γ. Έχουμε: $e^x \cdot f'(x) = 2 - x \Leftrightarrow$

$$f'(x) = \frac{2-x}{e^x}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2-x=0 \Leftrightarrow x=2$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow 2-x > 0 \Leftrightarrow x < 2$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
f'	+	0	-
f	↗		↘

o.M

$$f(2) = \frac{1}{e^2}$$

ΘΕΜΑ 3°

α. $\bar{x}_A = \frac{110}{5} = 22$ χιλ. ωρη

$\bar{x}_B = \frac{120}{5} = 24$ χιλ. ωρη.

β. $\frac{38}{22} \approx 1,72$ $\frac{40}{24} \approx 1,66$

Από τα παραπάνω λόγους βλέπουμε:
 $1,66 < 1,72$

δηλ. η 1 χιλ. ώρα του ζινα Β κοστίζει λιγότερο από 1 χιλ. ώρα του ζινα Α.
Άρα μας συμφέρει ο ζινας Β.

$$\gamma. \quad S_A^2 = \frac{(20-22)^2 + (26-22)^2 + (24-22)^2 + (22-22)^2 + (18-22)^2}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

$$S_A = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$S_B^2 = \frac{(26-24)^2 + (32-24)^2 + (19-24)^2 + (20-24)^2 + (23-24)^2}{5} = \frac{110}{5} = 22$$

$$S_B = \sqrt{22} = \sqrt{2 \cdot 11} \approx \sqrt{2} \cdot 3,3$$

$$\delta. \quad CV_A = \frac{S_A}{\bar{X}_A} = \frac{2\sqrt{2}}{22} = \frac{\sqrt{2}}{11}$$

$$CV_B = \frac{S_B}{\bar{X}_B} = \frac{\sqrt{2} \cdot 3,3}{24}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{11} < \frac{3,3}{24} \end{array} \right\}$$

Αφού $CV_B > CV_A$ το δείγμα Α. παραβιάζει τη χειρότερη ομοιογένεια.

ΘΕΜΑ 4°

Ενδεχόμενο Α: "ο κατοικος διαβάει την εφημερίδα α"

Ενδεχόμενο Β: "ο κατοικος διαβάει την εφημερίδα β"

Εχάτησαι: $P(A) = 0,5$, $P(A-B) = 0,3$.

Επίσης $P(A-B) = P(A) - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A \cap B) = 0,2$.

α. Ενδεχόμενο $A' \cup B$: "ο κατοικος δεν διαβάει την εφημερίδα α ή να διαβάει την β"

$$\begin{aligned} P(A' \cup B) &= P(A') + P(B) - P(A' \cap B) = \\ &= 1 - P(A) + P(B) - \underbrace{P(B-A)}_{P(A \cap B)} = \end{aligned}$$

$$= 1 - P(A) + P(A \cap B) = 1 - 0,5 + 0,2 = 0,7.$$

$$\eta \quad P(A' \cup B) = P((A \cap B)') = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0,2 = 0,8$$

β. Έχουμε: $A \cap B \subseteq B$ άρα.

$$P(A \cap B) \leq P(B) \text{ οπότε.}$$

$$0,2 \leq P(B). \quad (1)$$

Γνωρίζουμε ότι: $P(A \cup B) \leq 1 \Leftrightarrow$

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq 1 \Leftrightarrow$$

$$0,5 + P(B) - 0,2 \leq 1 \Leftrightarrow$$

$$P(B) \leq 0,7. \quad (2)$$

ή (β' τρόπος)

Ισχύει: $B \subseteq A' \cup B$ άρα.

$$P(B) \leq P(A' \cup B) \text{ οπότε.}$$

$$P(B) \leq 0,7.$$

Από (1), (2)

$$0,2 \leq P(B) \leq 0,7.$$

$$\gamma. \quad f'(x) = 3x^2 - x + P(B), \quad x \in \mathbb{R}.$$

$$\Delta = 1 - 12 \cdot P(B).$$

Από (β) έχουμε: $0,2 \leq P(B) \leq 0,7 \stackrel{\cdot(-12)}{\Leftrightarrow}$

$$-2,4 \geq -12 P(B) \geq -8,4 \Leftrightarrow$$

$$1 - 2,4 \leq 1 - 12 P(B) \leq 1 - 8,4 \Leftrightarrow$$

$$-7,4 \leq \Delta \leq -1,4.$$

Το τρίτο ζήτημα α) f' έχει $\Delta < 0$
άρα $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

Άρα f γνήσια αυξανόμενη στο \mathbb{R} ή δίνουμε απάντηση.