ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ κ' ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΤΡΙΤΗ 22 ΜΑΙΟΥ 2007

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1°

Α. Ο.Ε.Δ.Β σελ 152

Β. α. Ο.Ε.Δ.Β σελ. 22

β. Ο.Ε.Δ.Β σελ 87 (όταν V άρτιος).

Γ. 1 α → Σ

β → Σ

γ → Λ

Γ. 2 $(x^{\nu})' = \nu \cdot x^{\nu-1}$

$(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$

$\left(\sqrt{x}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

$(\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x$

ΘΕΜΑ 2°

α.

$$f'(x) = (x \cdot e^x + 3)' = \left(x \cdot e^x\right)' + (3)' =$$
$$= (x)' \cdot e^x + x \cdot (e^x)' + 0 = e^x + x \cdot e^x$$

Επίσης $f(x) + e^x - 3 = x \cdot e^x + \cancel{3} + e^x - \cancel{3} = x \cdot e^x + e^x$

Οπότε αποδείχθηκε ότι: $f'(x) = f(x) + e^x - 3$

β. $\dfrac{f'(x)-e^x}{x^2-x}=\dfrac{e^x+x\cdot e^x-e^x}{x(x-1)}=\dfrac{x\cdot e^x}{x\cdot(x-1)}=\dfrac{e^x}{x-1}$

$x\neq 0$ κ' $x\neq 1$

Οπότε $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f'(x)-e^x}{x^2-x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x}{x-1}=\dfrac{e^0}{0-1}=-1$

ΘΕΜΑ 3ο

α. Έστω $P(-1)=P(0)=P(1)=P(2)=2P(3)=2P(4)=2P(5)=\kappa$

Τότε: $P(-1)=P(0)=P(1)=P(2)=\kappa$ $\quad(0<\kappa<1)$

$P(3)=P(4)=P(5)=\dfrac{\kappa}{2}$

Ισχύει: $P(-1)+P(0)+P(1)+P(2)+P(3)+P(4)+P(5)=1 \Leftrightarrow$

$\kappa+\kappa+\kappa+\kappa+\dfrac{\kappa}{2}+\dfrac{\kappa}{2}+\dfrac{\kappa}{2}=1 \Leftrightarrow$

$11\cdot\kappa=2 \Leftrightarrow \kappa=\dfrac{2}{11}$

Επομένως $P(-1)=P(0)=P(1)=P(2)=\dfrac{2}{11}$

$P(3)=P(4)=P(5)=\dfrac{1}{11}$

β. Πρέπει $x^2-x-3=-1 \Leftrightarrow x=2$ ή $x=-1$

Για x=2 έχουμε $A=\{1,3,-1\}$

$B\{2,3,8,-3\}$ με $A\cap B\neq\{-1,3\}$

Άρα x=2 απορρίπτεται.

Για x=-1 έχουμε $A=\{1,3,-1\}$

$B=\{2,0,-1,3\}$ με $A\cap B=\{-1,3\}$

Άρα x=-1 δεκτή

γ. Για x=-1 $A=\{1,3,-1\}, B=\{2,0,-1,3\}$

$$P(A)=P(1)+P(3)+P(-1)=\frac{2}{11}+\frac{1}{11}+\frac{2}{11}=\frac{5}{11}$$

$$P(B)=P(2)+P(0)+P(-1)+P(3)=\frac{2}{11}+\frac{2}{11}+\frac{2}{11}+\frac{1}{11}=\frac{7}{11}$$

$$P(A\cap B)=P(-1)+P(3)=\frac{2}{11}+\frac{1}{11}=\frac{3}{11}$$

$$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)=\frac{5}{11}-\frac{3}{11}=\frac{2}{11}$$

$$P(A\cup B')=P(A)+P(B')-P(A\cap B')$$

$$=P(A)+1-P(B)-P(A-B)$$

$$=\frac{5}{11}+1-\frac{7}{11}-\frac{2}{11}=\frac{7}{11}$$

<u>ΘΕΜΑ 4ο</u>

α.

$$\bar{x}_A=\frac{12+18+t_3+t_4+\ldots+t_{25}}{25}=\frac{30+345}{25}=15$$

$$\bar{x}_B=\frac{16+14+t_3+t_4+\ldots+t_{25}}{25}=\frac{30+345}{25}=15$$

β.

$$S_A^2-S_B^2=\frac{(12-15)^2+(18-15)^2+(t_3-15)^2+\ldots+(t_{25}-15)^2-(16-15)^2-(14-15)-(t_3-15)^2-\ldots-(t_{25}-15)^2}{25}$$

$$=\frac{9+9-1-1}{25}=\frac{16}{25}$$

γ.

$$CV_A=\frac{1}{15}\Leftrightarrow\frac{S_A}{15}=\frac{1}{15}\Leftrightarrow S_A=1$$

Από $S_A^2-S_B^2=\frac{16}{25}\Leftrightarrow 1-S_B^2=\frac{16}{25}\Leftrightarrow$

$$S_B^2=\frac{9}{25}\Leftrightarrow S_B=\frac{3}{5}$$

$$CV_B=\frac{S_B}{\bar{x}_B}=\frac{\frac{3}{5}}{15}=\frac{1}{25}$$