ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΠΥΡΗΝΑΣ
www.pyr.gr
ΕΡΥΘΡΑΙΑΣ 1 -12134 -ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ ΤΗΛ 210-5757255

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 30 ΜΑΪΟΥ 2014 - ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α.1 Σχολικό Βιβλίο σελίδα 30
Α.2 Σχολικό βιβλίο σελίδα 13
Α.3 Σχολικό βιβλίο σελίδα 59
Α.4 **α.** Σ
β. Λ
γ. Λ
δ. Λ
ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

Β.1 Από το ιστόγραμμα συχνοτήτων έχουμε ότι το πλήθος των πωλητών της εταιρείας είναι $v=v_1+v_2+v_3+v_4= 12+8+14+6=40$

Β.2

Πωλήσεις σε χιλ. €	x_i	Αριθμός πωλητών v_i	f_i
[2 , 4)	3	12	0,30
[4 , 6)	5	8	0,20
[6 , 8)	7	14	0,35
[8 , 10)	9	6	0,15
Σύνολο		v=40	1

$f_i = \frac{v_i}{v}$ οπότε $f_1 = \frac{v_1}{v} = \frac{12}{40} = 0,30$

$f_2 = \frac{v_2}{v} = \frac{8}{40} = 0,20$, $f_3 = \frac{v_3}{v} = \frac{14}{40} = 0,35$, $f_4 = \frac{v_4}{v} = \frac{6}{40} = 0,15$

Β.3 **α)** $$x = \frac{\sum_{i=1}^{4} x_i vi}{\sum_{i=1}^{4} v_i} = \frac{3\cdot 12+5\cdot 8+7\cdot 14+9\cdot 6}{40} = \frac{228}{40} = 5,7$$

Άρα η μέση τιμή των πωλήσεων είναι 5,7 χιλιάδες €

β) ▪ Παίρνουμε από την κλάση [4 , 6) το διάστημα [4.5 , 6) δηλαδή τα $\frac{6-4{,}5}{6-4}=\frac{1{,}5}{2}=\frac{3}{4}$ του διαστήματος.

Άρα $\frac{3}{4}\cdot v_2=\frac{3}{4}\cdot 8=6$ πωλητές

▪ Όλη την κλάση [6,8) δηλαδή v_3=14 πωλητές
και ολόκληρη την κλάση [8,10) δηλαδή v_4=6 πωλητές.
Το πλήθος των πωλητών που έκαναν πωλήσεις τουλάχιστον 4,5χιλ.€ είναι: 6+14+6=26 πωλητές

ΘΕΜΑ Γ

Τα ενδεχόμενα Κ: « η μπάλα είναι κόκκινη»
Α: «η μπάλα είναι άσπρη»
Π: «η μπάλα είναι πράσινη»
είναι ανά δύο ξένα μεταξύ τους.

Γ.1 f παραγωγίσιμη στο R με $f'(x)=12x^2-7x+1, x\in R$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow 12x^2-7x+1=0 \Leftrightarrow x_1=\frac{1}{4} \text{ ή } x_2=\frac{1}{3}$$

x	$-\infty$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
f '(x)		+	0	-	0	+	
f(x)		↗	Τ.Μ	↘	Τ.Ε.	↗	

Η f παρουσιάζει στο $x_1=\frac{1}{4}$ τοπικό μέγιστο και στο $x_2=\frac{1}{3}$ τοπικό ελάχιστο.

Οπότε $P(K)=\frac{1}{4}$, $P(A)=\frac{1}{3}$

Ισχύει: $K\cup A\cup \Pi=\Omega$ οπότε:

$$P(K\cup A\cup \Pi)=P(\Omega)\Rightarrow P(K)+P(A)+P(\Pi)=1\Rightarrow$$

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+P(\Pi)=1\Rightarrow P(\Pi)=\frac{5}{12}$$

ΠΥΡΗΝΑΣ www.pyr.gr

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΠΥΡΗΝΑΣ
www.pyr.gr
ΕΡΥΘΡΑΙΑΣ 1 -12134 -ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ ΤΗΛ 210-5757255

Γ.2 $P(\Gamma)=P(K\cup A)=P(K)+P(A)=\frac{1}{4}+\frac{1}{3}=\frac{7}{12}$

$P(\Delta)=P(\Gamma')=1-\frac{7}{12}=\frac{5}{12}$

$$P(E)=P(A\cup \Pi')=P(A)+P(\Pi')-P(A\cap \Pi')=$$
$$=P(A)+1-P(\Pi)-P(A-\Pi)=$$
$$=\cancel{P(A)}+1-P(\Pi)-\cancel{P(A)}+\cancel{P(A\cap\Pi)}^{0}$$
$$=1-P(\Pi)=1-\frac{5}{12}=\frac{7}{12}$$

Γ.3 Έστω N(Π) το πλήθος των πράσινων μπαλών
Τότε N(Α) = N(Π) – 4 το πλήθος των άσπρων

Έχουμε: $P(A)=\frac{N(A)}{N(\Omega)}=\frac{N(\Pi)-4}{N(\Omega)}\Rightarrow$

$$\Rightarrow\frac{N(\Pi)-4}{N(\Omega)}=\frac{1}{3}\Rightarrow N(\Pi)=\frac{N(\Omega)}{3}+4 \quad (1)$$

$$P(\Pi)=\frac{N(\Pi)}{N(\Omega)}\Rightarrow\frac{5}{12}=\frac{N(\Pi)}{N(\Omega)}\Rightarrow N(\Pi)=\frac{5}{12}N(\Omega) \quad (2)$$

Από (1),(2) $\Rightarrow \frac{N(\Omega)}{3}+4=\frac{5}{12}N(\Omega)\Rightarrow$

$4N(\Omega)+48=5N(\Omega)\Rightarrow N(\Omega)=48$

Το δοχείο περιέχει 48 μπάλες

ΘΕΜΑ Δ

Δ.1 Η συνολική επιφάνεια του κουτιού που είναι ανοικτό από πάνω είναι:
E(x) = (Περίμετρος βάσης) · (ύψος) + $E_{βάσης}$

Έστω y η άλλη διάσταση του ορθογωνίου τότε:
$2x+2y=20\Rightarrow y=10-x \quad , \quad 0<x<10$
Οπότε: $E(x)=20\cdot 5+x\cdot(10-x)=$
$$=-x^2+10x+100 \quad , \quad 0<x<10$$
$E'(x)=(-x^2+10x+100)'=-2x+10$
$E'(x)=0\Leftrightarrow -2x+10=0\Leftrightarrow x=5$, $0<x<10$

x	0		5		10
E '(x)		+	0	-	
E(x)		↗	O.M E(5)	↘	

Η συνάρτηση E(x) είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα (0,5] και γνησίως φθίνουσα στο [5,10)

Άρα για x=5 το κουτί έχει μέγιστη επιφάνεια

Δ.2 **α)**

$$\begin{gathered}2s^2-5s+2=0\\ \Delta=9\end{gathered} \Rightarrow \left\langle \begin{gathered} s=\frac{1}{2} \\ \text{ή} \\ s=2 \end{gathered}\right.$$

- Για $s=\frac{1}{2}$ έχουμε: $CV_x=\frac{s}{|\bar{x}|}=\frac{\frac{1}{2}}{8}=\frac{1}{16}<\frac{1}{10}$ Άτοπο

γιατί το δείγμα δεν είναι ομοιογενές από υπόθεση.

- Για s=2 έχουμε $CV_x=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}>\frac{1}{10}$ Δεκτή

Άρα s=2

β)

Έχουμε : $s^2=\frac{1}{\nu}\left\{\sum_{i=1}^{\nu}x_i^2-\frac{\left(\sum_{i=1}^{\nu}x_i\right)^2}{\nu}\right\}\Leftrightarrow$

$$s^2=\frac{\sum_{i=1}^{\nu}x_i^2}{\nu}-\left(\frac{\sum_{i=1}^{\nu}x_i}{\nu}\right)^2\Leftrightarrow s^2=\frac{\sum_{i=1}^{\nu}x_i^2}{\nu}-\bar{x}^2\Leftrightarrow 2^2=\frac{\sum_{i=1}^{15}x_i^2}{15}-8^2\Leftrightarrow$$

$\frac{\sum_{i=1}^{15}x_i^2}{15}=68$. Άρα η μέση τιμή των x_i^2, με i=1,2,...,15 είναι 68

ΠΥΡΗΝΑΣ
www.pyr.gr

Δ.3 Έχουμε: $5 = x_1 < x_2 < ... < x_{15} = 9$

και $E(x) \searrow [5,9]$

Οπότε: $E(x_{15}) < ... < E(x_1)$ άρα το εύρος είναι

$R_{E_{(xi)}} = E(x_1) - E(x_{15}) = E(5) - E(9) = 125 - 109 = 16$

Το ενδεχόμενο Β πραγματοποιείται όταν ισχύει:

$y_i > -4xi + 9R + 1$ για i=1, … , 15

Δηλαδή $y_i + 4xi - 9R - 1 > 0 \Leftrightarrow$

$-x_i^2 + 10x_i + 100 + 4x_i - 9 \cdot 16 - 1 > 0 \Leftrightarrow$

$-x_i^2 + 14x_i - 45 > 0$

Το παραπάνω τριώνυμο ως προς x_i έχει ρίζες: $x_i=5$ ή $x_i=9$

και πρόσημο

	5		9	
-	0	+	0	-

Άρα $-x_i^2 + 14x_i - 45 > 0 \Leftrightarrow 5 < x_i < 9 \Leftrightarrow x_1 < x_i < x_{15}$

Οπότε $B = \{A_2(x_2, y_2), ..., A_{14}(x_{14}, y_{14})\}$

Τα απλά ενδεχόμενα του δειγματικού χώρου Ω θεωρούνται ισοπίθανα, οπότε από κλασσικό ορισμό πιθανότητας

ισχύει: $P(B) = \dfrac{N(B)}{N(\Omega)} = \dfrac{13}{15}$

ΠΥΡΗΝΑΣ www.pyr.gr

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ
ΑΝΝΙΝΟΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ
ΜΑΡΚΑΤΟΣ ΔΙΟΝΥΣΗΣ
ΜΑΣΤΟΡΑΚΟΣ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ