ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΤΡΙΤΗ 10 ΙΟΥΝΙΟΥ 2014
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α.1 → γ
Α.2 → β
Α.3 → γ
Α.4 → β

Α.5 **α** → Σ **β** → Σ **γ** → Λ **δ** → Λ **ε** → Σ

ΘΕΜΑ Β

Β.1 → **(iii)** $\frac{A_1}{A_2} = 2$

Αιτιολόγηση: Η κρούση γίνεται στη θέση ισορροπίας, άρα οι ταχύτητες τόσο πριν, όσο και μετά την κρούση είναι μέγιστες. $\upsilon_{max} = \omega_1 \cdot A_1$ και $\upsilon'_{max} = \omega_2 \cdot A_2$ αντίστοιχα.
Ακόμα $D_1 = m \cdot \omega_1^2$ και $D_2 = 2m \cdot \omega_2^2$ οπότε

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{D_1}{m}} = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad \text{και} \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{D_2}{2m}} = \sqrt{\frac{2K}{2m}} = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

Από αρχή διατήρησης της ορμής (ΑΔΟ) για την πλαστική κρούση, έχουμε:

$$P_{\alpha\rho\chi} = P_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m \cdot \upsilon_{max} = 2m\upsilon'_{max} \Rightarrow \omega_1 A_1 = 2 \cdot \omega_2 A_2$$

$$\overset{\omega_1=\omega_2}{\Rightarrow} A_1 = 2A_2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = 2$$ (όπου A_1=d η αρχική συσπείρωση)

Β.2 → **(ii)**

Αιτιολόγηση: Η μέση συχνότητα της ταλάντωσης, που προκύπτει από τη σύνθεση των δύο συνιστωσών ταλαντώσεων είναι $\bar{f} = \frac{f_1 + f_2}{2} = \frac{N}{t}$, από την οποία, για N=200 και $t=T_\Delta=2s$ έχουμε:

$$\frac{f_1+f_2}{2}=\frac{200}{2}\Rightarrow f_1+f_2=200\text{ Hz (1)}$$

Ακόμα $f_\Delta=|f_1-f_2|\overset{f_1>f_2}{\Rightarrow} f_\Delta=f_1-f_2=\frac{1}{T_\Delta}\Rightarrow f_1-f_2=0{,}5\ \text{Hz}\ \ (2)$

Από τις σχέσεις (1) και (2), με πρόσθεση κατά μέλη, έχουμε

$$2f_1=200{,}5\Rightarrow \mathbf{f_1=100{,}25Hz}\ \text{ και }\ \mathbf{f_2=99{,}75Hz}$$

Β.3 → (iii)

Αιτιολόγηση: <u>1η κρούση μεταξύ m_1 και m_2:</u>

Από τις γνωστές σχέσεις, που διέπουν την κεντρική ελαστική κρούση δύο σωμάτων, έχουμε:

Για το σώμα m_1: $\upsilon'_1=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\cdot\upsilon_1$ (1)

Για το σώμα m_2: $\upsilon'_2=\frac{2\cdot m_1}{m_1+m_2}\cdot\upsilon_1$ (2)

<u>2η κρούση: μεταξύ m_2 και τοίχου:</u>

Επειδή ο τοίχος έχει συγκριτικά με την m_2 πολύ μεγαλύτερη μάζα, η m_2 θα πάθει αναστροφή, δηλαδή αλλάζει φορά κίνησης, με ίδιο μέτρο ταχύτητας. Έτσι η νέα της ταχύτητα θα είναι

$$\upsilon''_2=-\upsilon'_2=-\frac{2m_1}{m_1+m_2}\cdot\upsilon_1\quad(3)$$

Όμως η απόσταση των m_1 και m_2 είναι τελικά σταθερή, οπότε

$$\upsilon'_1=\upsilon''_2\Rightarrow\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\cdot\upsilon_1=\frac{-2m_1}{m_1+m_2}\cdot\upsilon_1\Rightarrow m_1-m_2=-2m_1$$

$$\Rightarrow m_2=3m_1\Rightarrow\mathbf{\frac{m_1}{m_2}=\frac{1}{3}}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ.1 Από τη γραφική παράσταση παρατηρούμε ότι

i. Το πλάτος κάθε μιας από τις συνιστώσες ταλαντώσεις είναι $A=5\cdot10^{-3}m$.

ii. Το σημείο Σ είναι σημείο ενίσχυσης, γιατί μετά τη χρονική στιγμή 1,4sec, το πλάτος διπλασιάζεται και γίνεται $A'=2A=10^{-2}m$

iii. Από 0,2s έως 1,4s, δηλαδή για Δt=1,2s το σημείο Σ εκτελεί τρεις πλήρεις ταλαντώσεις άρα η συχνότητα ταλάντωσής του (όπως και των δύο πηγών) είναι $f=\frac{N}{\Delta t}=\frac{3}{1{,}2}=2{,}5\text{ Hz}$

iv. Οι χρόνοι άφιξης των δύο κυμάτων από τις πηγές $Π_2$ και $Π_1$ είναι αντίστοιχα $t_{αφ_2} = 0,2s$ και $t_{αφ_1} = 1,4s$.
Αφού οι πηγές $Π_1$ και $Π_2$ δεν έχουν αρχική φάση, ισχύει
$r_1 = υ \cdot t_{αφ_1} = 5 \cdot 1,4 = \mathbf{7m}$ και $r_2 = υ \cdot t_{αφ_2} = 5 \cdot 0,2 = \mathbf{1m}$

Γ.2 Το μήκος κύματος $λ = \frac{υ}{f} = 2m$

Διερεύνηση:

i. Για $0 \le t < 0,2s$, το Σ είναι ακίνητο $y_Σ=0$, γιατί κανένα κύμα δεν έχει ακόμα φτάσει

ii. Για $0,2 \le t < 1,4s$, το Σ ταλαντώνεται λόγω του κύματος από την πλησιέστερη πηγή $Π_2$, με εξίσωση

$$y = Aημ2π\left(f \cdot t - \frac{r_2}{λ}\right) = \mathbf{5 \cdot 10^{-3} ημ2π(2,5t - 0,5)} \quad (S.I.)$$

iii. Για $1,4 \le t$, τα κύματα συμβάλλουν ενισχυτικά στο σημείο Σ, το οποίο ταλαντώνεται με εξίσωση

$$y = 2Aσυν2π\frac{r_1 - r_2}{2λ} \cdot ημ2π\left(f \cdot t - \frac{r_1 + r_2}{2λ}\right) =$$

$$= 10^{-2} συν3π \cdot ημ2π(2,5t - 2) \Rightarrow \mathbf{y = -10^{-2} ημ2π(2,5t - 2)}$$

Γ.3 Παρατηρούμε ότι η τιμή $y = 5\sqrt{3} \cdot 10^{-3} m$ είναι μεγαλύτερη από το $A = 5 \cdot 10^{-3} m$. Άρα πρόκειται για κάποια χρονική στιγμή για την οποία έχει ήδη αρχίσει η συμβολή. Έτσι:

$$E_{ταλ} = U + K \Rightarrow \frac{1}{2}DA'^2 = \frac{1}{2}D \cdot y^2 + \frac{1}{2}m \cdot υ^2 \Rightarrow$$

$$mω^2 A'^2 = mω^2 y^2 + mυ^2 \Rightarrow |υ| = ω\sqrt{A'^2 - y^2}$$

Όμως ω=2πf=5π rad/s.

Έτσι $|υ| = 5π\sqrt{(2A)^2 - (A\sqrt{3})^2} = 5π\sqrt{A^2} = \mathbf{\frac{5π}{2} \cdot 10^{-2} m/s}$

Γ.4 Η ταχύτητα διάδοσης είναι σταθερή, αφού εξαρτάται μόνο από τις ιδιότητες του ελαστικού μέσου. Έτσι

$$λ_1 \cdot f_1 = λ_2 \cdot f_2 \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{λ_2}{λ_1} = \frac{9}{10} \quad ή \quad λ_2 = \frac{9}{10} \cdot λ_1 = \frac{18}{10} = 1,8m$$

Για $r_1 - r_2 = 6m$, το νέο πλάτος της ταλάντωσης του φελλού, θα είναι:

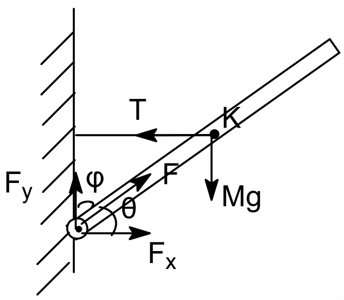
$$A_2 = \left|2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{r_1 - r_2}{2\lambda}\right| = \left|2A\sigma\upsilon\nu\pi\frac{6}{1{,}8}\right| = \left|2A\sigma\upsilon\nu\frac{10\pi}{3}\right| = A$$

Έτσι $$\frac{K_{1\ max}}{K_{2\ max}} = \frac{\frac{1}{2}m\omega_1^2A_1^2}{\frac{1}{2}m\omega_2^2A_2^2} = \left(\frac{\omega_1A_1}{\omega_2A_2}\right)^2 = \left(\frac{2\pi f_1A_1}{2\pi f_2A_2}\right)^2 = \left(\frac{f_1A_1}{f_2A_2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{9\cdot 2A}{10\cdot A}\right)^2 = \left(\frac{9}{5}\right)^2 = \mathbf{\frac{81}{25}}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ.1



Από την ισορροπία της ράβδου, έχουμε:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_x - T = 0 \Rightarrow F_x = T \quad (1)$$
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y - Mg = 0 \Rightarrow F_y = Mg \quad (2)$$

Παίρνουμε ροπές ως προς το Α: Οι ροπές των F_x , F_y είναι μηδέν, αφού διέρχονται από το Α:

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow T\frac{\ell}{2}\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi - Mg\frac{\ell}{2}\eta\mu\varphi = 0 \Rightarrow T = Mg\frac{\eta\mu\varphi}{\sigma\upsilon\nu\varphi} \Rightarrow$$

$$T = 5{,}6\cdot 10\cdot\frac{0{,}6}{0{,}8} \Rightarrow T = 42N$$

Από (1) → F_x=42N
Από (2) → F_y=56N

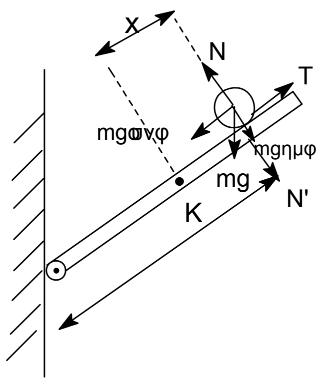
Με πυθαγόρειο θεώρημα: $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{42^2 + 56^2} =$

$$= \sqrt{6^2\cdot 7^2 + 8^2\cdot 7^2} = 7\sqrt{6^2 + 8^2} = 7\cdot 10 = \mathbf{70N}$$

Η γωνία θ που σχηματίζει η F με τον οριζόντιο άξονα έχει

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{56}{42} = \mathbf{\frac{4}{3}}$$

Δ.2 Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα. Η φορά της στατικής τριβής T είναι προς τα πάνω, ώστε η ροπή της να επιβραδύνει στροφικά τη σφαίρα. Με εφαρμογή του 2^{ου} νόμου Νεύτωνα για τη μεταφορική και την περιστροφική κίνηση αντίστοιχα, έχουμε:



$\Sigma F = m \cdot \alpha \Rightarrow mg\sigma\upsilon\nu\varphi - T = m \cdot \alpha \quad (3)$

$\Sigma\tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T \cdot r = \frac{2}{5} m \cdot r^2 \cdot \alpha_\gamma \xrightarrow[r \cdot \alpha_\gamma = \alpha]{}$

$\Rightarrow T = \frac{2}{5} m \cdot \alpha \quad (4)$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις (3) και (4), παίρνουμε:

$\cancel{m}g\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{7}{5}\cancel{m} \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{5g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi}{7} = \frac{40}{7}\ m/s^2$

Άρα αφού $\alpha = \alpha_\gamma \cdot r$ (κύλιση χωρίς ολίσθηση), προκύπτει

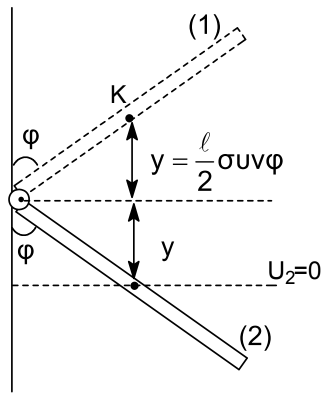
$\alpha_\gamma = \frac{\alpha}{r} = \mathbf{400}\ rad/s^2$

Δ.3 Στην τυχαία θέση x από το μέσο K, η απόσταση από την άρθρωση είναι $\frac{\ell}{2} + x$. Ακόμα η δύναμη αντίδρασης από τη σφαίρα στη ράβδο N'=-N=mg.ημφ από το νόμο δράσης – αντίδρασης, για την ισορροπία της σφαίρας στον άξονα y.
Με ισορροπία ροπών ως προς το A, έχουμε:

$\Sigma\tau = 0 \Rightarrow T \cdot \frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi - Mg\frac{\ell}{2}\eta\mu\varphi - mg\left(\frac{\ell}{2} + x\right) \cdot \eta\mu\varphi = 0$

$\Rightarrow T \cdot 0{,}8 - 5{,}6 \cdot 10 \cdot 0{,}6 - 0{,}4 \cdot 10 \cdot (1 + x) \cdot 0{,}6 = 0$

$\Rightarrow 0{,}8T = 36 + 2{,}4x \Rightarrow \mathbf{T = 45 + 3x}$



Δ.4 Το κέντρο μάζας της ράβδου από τη θέση (1) έως τη θέση (2), κατεβαίνει κατά

$h = 2y = 2 \cdot \frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi = \ell \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 1{,}6m.$

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας (ΑΔΜΕ) από τη θέση (1) ως τη θέση (2), με επίπεδο αναφοράς (επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας) τη θέση (2)

$U_{(1)} + \cancel{K_{\pi\varepsilon\rho(1)}}^{\,o} = \cancel{U_{(2)}}^{\,o} + K_{\pi\varepsilon\rho(2)} \Rightarrow Mgh = \frac{1}{2}I \cdot \omega^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow Mgh = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}M\ell^2 \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega^2 = \frac{6gh}{\ell^2} \Rightarrow \omega = \frac{\sqrt{6gh}}{\ell} = \frac{6 \cdot 10 \cdot 0{,}6}{2} = \sqrt{24}\ rad/s$

Στη θέση (2), η $\frac{dK}{dt} = P_\tau = \Sigma\tau \cdot \omega = Mg\frac{\ell}{2} \cdot \eta\mu\varphi \cdot \omega =$

$= 5{,}6 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 0{,}6 \cdot \sqrt{24} = 33{,}6\sqrt{24}$ ή $\mathbf{67{,}2\sqrt{6}\ J/s}$

Δ.5 Η ροπή αδράνειας της δεύτερης ράβδου είναι $I' = \frac{1}{3} \cdot 3M\ell^2 = 3 \cdot I$

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της στροφορμής για την κρούση των δύο ράβδων, αφού οι δυνάμεις που αναπτύσσονται κατά την κρούση είναι εσωτερικές και δεν μεταβάλλουν τη στροφορμή του συστήματος.

$$L_{αρχ} = L_{τελ} \Rightarrow I \cdot \omega = (I + I') \cdot \omega' \Rightarrow \omega' = \frac{\omega}{4}$$

Έτσι
$$\left.\begin{aligned} K_{αρχ} &= \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 \\ K_{τελ} &= \frac{1}{2} \cdot 4I \cdot \omega'^2 \end{aligned}\right| \Rightarrow \frac{K_{αρχ}}{K_{τελ}} = \frac{I \cdot \omega^2}{4I \cdot \omega'^2} = \frac{1}{4} \cdot 4^2 = 4$$

$$\Rightarrow K_{τελ} = \frac{K_{αρχ}}{4} \quad ή \quad 25\% \;\; K_{αρχ}$$

άρα $\Delta K = -\frac{3K_{αρχ}}{4}$ ή ελάττωση κατά **75%**